ALGOPRETEKY[1)]

VLADIMÍR REPÁŠ, Bratislava

Vo výuke matematiky (a nielen v nej) je potrebné zaujať žiakov, dostať ich do stavu, keď ich začne mrzieť vlastná nevedomosť, keď sa chcú dozvedieť viac. Pripraviť si správnu motiváciu je pre učiteľa iste náročné a nemožno to od neho vyžadovať. Každý učiteľ je dosť zaťažený výukou i mimoškolskými prácami, takže nemá čas a často ani chuť zaoberať sa niečím navyše. Avšak veľa učiteľov trápi spôsob výuky, ktorý sa doteraz uplatňuje na našich školách. Zlepšujú si ho podľa svojich intuitívnych predstáv, prípadne sa niečo dozvedia z modernizačných pokusov u nás či vo svete.

Niečím podobným, teda zlepšovaním doterajších metód výuky či ich nahradzovaním novými, sa zaoberá kolektív sústredený pri Ústave experimentálnej pedagogiky SAV, ktorý svoje experimenty uskutočňuje na ZDŠ Košická v Bratislave. V práci tohto kolektívu sa ukazuje (čo nakoniec vedeli už i pred nami), že škola môže byť pre deti zábavou (Komenského „škola hrou"). V tomto článku by som sa chcel venovať jednému z posledných experimentov.

Čo motivovalo nás

Pri výuke sme sa pokúšali (a nezostalo len pri pokusoch) udržiavať v triede atmosféru voľnosti, pracovného entuziazmu. Ak žiaka práca

[1] Článok bol odmenený 1. cenou v súťaži o najlepší príspevok do Matematických obzorov so zameraním na ZDŠ, ktorú vypísal ÚV JSMF na rok 1980. Autor je absolventom Prírodovedeckej fakulty UK v Bratislave a od r. 1973 učí na experimentálnej matematickej ZDŠ na Košickej ul. v Bratislave.

nebavila, tak nepracoval. Podobné nastáva i v „tradičnej výuke". Žiak, pokiaľ ho to nebaví, nepracuje, no a samozrejme vyrušuje. Učiteľ v takom prípade využije svoju autoritatívnu moc a núti ho k práci (spôsobom, ktorý by sa nám, na mieste žiaka iste nepáčil). Pozornosť žiakov sa tým zvýši (aspoň nám sa to tak zdá). Avšak tvrdou disciplínou, ktorá nie je vyvolaná vnútornou potrebou, nie je možné dosiahnuť dobré výsledky. S tým sme aj my tiahli do boja proti nevedomosti.

Práca sa nám viac menej darila, žiaci sa učili a ťažkosti sa v podstate nedostavovali (ak aj boli, rýchlo sa ich darilo preklenúť).

Zlom nastal pri výuke riešenia rovníc. Žiakom sme motivovali vhodným spôsobom metódu riešenia rovníc. Žiaci ju pochopili a bolo potrebné utvrdiť, zmechanizovať výpočtovú techniku riešenia. Deti však niečo také ako suchopárne riešenie rovníc nemohlo baviť, a ani nebavilo. Naučili sme ich myslieť a oni nám nechceli počítať.

S podobným problémom sme sa stretli už skôr pri precvičovaní operácií s desatinnými číslami. Tu sme to riešili tým, že sme žiakom dali úlohy, v ktorých museli použiť operácie. Napríklad: s presnosťou na 10^{-2} nájsť dva korene rovnice $3x^3-7x^2-9x+21=0$, ktoré sú z intervalu $<1,7;2,5<$. V tomto prípade piataci postupovali tak, že postupne dosadzovali do rovnice čísla a sledovali aké hodnoty dostávajú na ľavej strane. Odhadom a určitou aproximáciou dostali riešenie.

Pri rovniciach to bolo náročnejšie. Ak sme dali napr. slovnú úlohu na jednoduchú rovnicu, tak ju rozriešili bez nej. Ak sme dali zložitejšiu, tak nevedeli zostaviť rovnicu. Okrem toho riešenie rovnice pri týchto úlohách je len aparátom, ktorý, ak ho žiaci neovládajú, odvádza pozornosť od danej úlohy. Snažili sme sa teda nájsť inú, vhodnejšiu motiváciu. Využili sme tak, ako niekoľkokrát predtým chuť do súťaženia, ktorá je v tomto veku mimoriadne vyvinutá.

V tom čase prebiehali práve Preteky mieru a deti v rozhovoroch veľa času venovali práve im. Možno i preto sme prišli na myšlienku zorganizovať podobné preteky v triede, na matematike. Iniciátorom tejto myšlienky bol doc. Hejný. Rozhodli sme sa zorganizovať pretek v riešení rovníc. Neskôr sme takýto typ preteku nazvali algopretek.

Pravidlá algopreteku

1.a) Algopretek je rozdelený podľa náročnosti do *k* kategórií (*k* podľa potreby). Jednotlivé kategórie sú označené veľkými písmenami. Kategória *A* je najjednoduchšia — náročnosť sa postupne v ďalších kategóriách (usporiadaných podľa abecedy) zvyšuje.

b) Každá kategória obsahuje *n* (*n* podľa potreby) rovnocenných súborov.

c) Každý súbor obsahuje 4 príklady.

d) V každej etape sa navyše zadáva pre každú kategóriu jeden prémiový príklad.

2. Preteky majú stanovený počet etáp; každá etapa sa koná cez vyučovaciu hodinu. Rôzne etapy prebiehajú v rôzny deň.

3. V každej etape dostane žiak súbor príkladov.

4. Čistý čas trvania jednej etapy je 7 minút.

5. Ak žiak vyrieši svoj súbor pred limitom, má právo žiadať si postupne ďalší súbor.

Organizácia preteku

1. V prvej etape si žiak zvolí kategóriu, v ktorej chce začať. V ostatných etapách je jeho voľba obmedzená výsledkom predchádzajúcej etapy (pozri Postupy).

2. Súbory príkladov jednej kategórie sú očíslované. Žiak je povinný viesť si evidenciu súborov príkladov, ktoré riešil. V pretekoch nesmie riešiť dva razy ten istý súbor. Musí upozorniť učiteľa na tie súbory, ktoré už počítal; neprezerá pritom príklady, iba číslo súboru.

3. Súbory príkladov sú pred začatím etapy na laviciach zakryté. Odkryjú sa až na pokyn učiteľa, ktorým sa pretek začína.

4. Po siedmich minútach na pokyn učiteľa sú žiaci povinní položiť perá a určení žiaci súbory príkladov pozberajú.

5. Za porušenie pravidiel 1 až 4 je žiak v danej etape diskvalifikovaný.

Postupy

1. Ak žiak vyrieši v etape správne všetky štyri príklady súboru, ktorý

dostal *ako prvý*, môže v ďalšej etape postúpiť o kategóriu vyššie. Riešenia ďalších súborov *nemajú vplyv na postup*.

2. Ak žiak vyrieši v etape všetky štyri príklady súboru a navyše aj prémiový príklad príslušnej kategórie, môže v ďalšej etape postúpiť o dve kategórie vyššie.

3. Ak žiak vyrieši iba dva alebo tri príklady súboru, môže v ďalšej etape súťažiť nanajvýš v tej istej kategórii.

4. Ak žiak vyrieši len jeden príklad súboru, v ďalšej etape bude môcť súťažiť nanajvýš v kategórii o jedno nižšej (prinajmenšom v kategórii *A*).

5. Ak žiak nevyrieši ani jeden súbor, v ďalšej etape bude môcť súťažiť nanajvýš v kategórii o 2 nižšej (prinajmenšom v kategórii *A*).

Hodnotenie

1. Každá etapa sa hodnotí osobitne, na záver sa zhodnotia celé preteky. Priebežný stav sa vyhodnocuje graficky na nástenke.

2. **Súťaž o modré tričko:** sleduje sa počet správne vyriešených príkladov. Za najlepší výsledok v etape dostáva žiak bonifikáciu 1 bod do súťaže o červené tričko.

3. **Súťaž o zelené tričko** najefektívnejšieho pretekára: Efektívnosť v etape sa zisťuje ako podiel počtu bodov a počtu vyriešených príkladov, priebežne ako súčet efektívností v jednotlivých etapách. Za najlepší výsledok v etape dostáva žiak bonifikáciu 1 bod do súťaže o červené tričko.

4. **Súťaž o červené tričko:** sleduje sa počet získaných bodov. Žiak v každej etape získa počet bodov zodpovedajúci počtu vyriešených príkladov v príslušnej kategórii (pozri *tab. 1*). Napr. za vyriešenie 3 príkladov v kategórii *D* dostane žiak 7 bodov. Navyše v každej etape môže získať bonifikáciu 1 bod za najlepší výsledok v súťažiach o každé tričko (i červené).

Vyhodnotenie preteku

Pred každou etapou vyhodnotí učiteľ priebeh predchádzajúcej etapy, na záver vyhodnotí najlepších v jednotlivých tričkách jednotkami.

Tabuľka 1

Bodovacia tabuľka

Počet vyriešených príkladov / Kategória	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	...
3	1	3	5	7	9	11	13	
4	2	4	6	8	10	12	14	

Ukážky súborov jednotlivých kategórií:

A − 3

$3x - 3 = 18$

$6{,}3 - x = 2{,}9$

$2(x + 1) = 16$

$x + \frac{1}{4} = 1{,}75$

B − 4

$8x - 3 = 1{,}8$

$13x + 11 = 76$

$6{,}6 - x = \frac{1}{2}$

$2(3 + x) - 7 = 41$

C − 11

$18x + 7 = 97$

$7{,}1 - x = \frac{5}{2}$

$11 - 4(x + 1) = 3{,}4$

$\frac{x - 1}{6} = \frac{1}{2}$

D − 1

$23x + 2 = 370$

$17 - 2(x - 5) = 14$

$x + 1{,}1 = 3(x + 0{,}3)$

$\frac{x + 1}{5} = x - 3$

E − 13

$3{,}7x - 0{,}9 = 86$

$11(3 - x) - x = 40{,}2$

$6(x - 2) = x + 24$

F − 10

$12 - [6 - 2(x - 2)] = 7$

$\frac{x + \frac{1}{3}}{4} = \frac{x + \frac{1}{4}}{9}$

$-0{,}64 + 6{,}2x = 13$

$\frac{x+1,4}{7}=\frac{x}{5}$ $\frac{x}{5}+\frac{1}{4}=0,01$

$G-1$

$\frac{0,3x+4,2}{12}=\frac{7,5-\frac{1}{3}x}{11}$

$3x\,\frac{4-x}{5}+2\left(x-\frac{x-7}{0,4}\right)=0$

$\frac{3x-4}{2x+1}=2$

$\frac{x}{7}+3,612=\frac{x}{6}+3,412$

Aby žiaci mohli medzi sebou súťažiť, aby vedeli, aké je poradie, bol po každej etape vyplňovaný diagram, kde pri každom mene narastali červené a modré riadky úmerne k počtu získaných bodov a k počtu správne vyriešených príkladov. Žiaci vedeli, že víťazi súťaží o tričko dostanú na záver jednotky a takisto i ďalší v poradí v súťaži o červené a zelené tričko dostanú jednotky. Ako sa neskôr ukázalo, snaha získať tieto jednotky bola druhoradá.

Aby sme zabránili tomu, že žiaci zostávali v nižších kategóriách, zaviedli sme súťaž o zelené tričko. Zo začiatku sa súťažilo len o červené a modré tričko. Keďže žiaci i naďalej taktizovali, zostávali v nižších kategóriách, kde boli schopní vyriešiť niekoľko súborov príkladov, a tým aj získať dobré bodové hodnotenie, zmenili sme pravidlo výberu ďalšieho súboru; v danej etape si žiak mohol zvoliť ako ďalší (ak mu zvyšoval čas) len súbor vyššej kategórie, ako riešil.

Reakcie žiakov

Spôsob algopreteku sa žiakom veľmi zapáčil. Už od začiatku sa takmer všetci zapálili pre súťaž a snažili sa získať pre seba čo najviac. Taktizovali, ktorú kategóriu si vybrať, aby ich hodnotenie bolo čo najlepšie. Z toho

potom vyplynuli i zmeny pravidiel. Tento emocionálny nárast záujmu o preteky sme pocítili i na ďalšom priebehu hodiny. (Preteky trvali 7 minút, nejaký čas trvalo rozdávanie príkladov, takže časová „strata" robila asi 15 minút.) Žiaci sa hrnuli do riešenia rovníc. Žiadali od nás nové a nové príklady. Výuku nepociťovali ako dril, skôr ako tréning na preteky. Živú diskusiu, takmer ako výsledky Pretekov mieru, vyvolávali výsledky, ktoré boli vyvesované po každej etape. Samozrejme, na špici sa viedol boj medzi tými najlepšími, ten ale nebol pre učiteľa až taký zaujímavý. Oveľa viac nás prekvapil boj o nižšie mesta, o ktorý sa postarali najmä slabší žiaci. Niektorí z nich začali súťažiť takmer od začiatku, stačilo im, že ich predbehol (alebo oni predbehli) kamarát, o ktorom si mysleli, že je slabší (lepší). No niektorí zostávali zo začiatku flegmatickí, aspoň sa tak tvárili.

Uvedieme tu teraz tabuľku výsledkov jednotlivých etáp u vybratých žiakov. Medzi výberom sú najlepší, priemer i tí najslabší (*tab. 2*)

Absencia žiaka je vyznačená prečiarknutím príslušného okienka. Z tabuľky vidno i taktizovanie žiakov. Niektorí z nich precenili zo začiatku svoje sily (Števo). Iní začali dobre, avšak nervozita pri súťažení im pomohla k výbuchu v etape (Paľo, 4.,6. etapa). Iní zo začiatku takmer nebodovali, výsledky dosiahli až v ďalších etapách.

Zaujímavý súboj viedli medzi sebou Mário a Alena. Obaja zo začiatku vôbec nebodovali. Alena skôr z trémy a nervozity, Mário preto, že sa mu počítať vôbec nechcelo. Po prvom kole, po neúspechu, Alena začala „trénovať", Mário zostal nečinný. V prvom kole viacerí neuspeli, takže nebolo také znateľné, kto je najslabší. Avšak po ďalších kolách červené stĺpce pri menách žiakov narastali, po štvrtom kole zostal Mário sám so ziskom bodov 0. Pri každom mene bol nejaký ten červený stĺpik, on však mal len 5 správne vyriešených príkladov. Aj v tom bol, samozrejme, posledný. Po 4. kole, keď ho predbehla i Alena, nastal u Mária zlom. Je to zdravý ctižiadostivý chlapec (síce viac mimo školy), a tak ho mrzelo, že je najhorší. Prišiel za učiteľom po radu. Dostal súbor tréningových príkladov, ktoré si do budúcej etapy samostatne vypočítal. Bolo zrejmé, že riešenie ovládal. Napriek tomu vybuchol aj v 5. etape. Neúspech ho veľmi mrzel, vedel však, že chyba je len v jeho nedočkavosti niečo získať. Po posmelení už v ďalšej, 6. etape výrazne bodoval, a tým sa i jeho postavenie v triede značne vylepšilo.

Pri pretekoch sa jasne ukázala funkcia kolektívu. Vo väčšine robí nátlak

Meno \ Etapa	1.	2.	3.	4.
Ivan	A – 2;4 + 1; B – 1;4 + 1;11 C – 1;3	C – 3;4 + 1;6	B – 5;4 + 1; C – 13;3 ;9 D – 6;2 ;	C – 4;4 + 1; D – 7;4 ;14 E – 5;1 ;
Marián	A – 1;3 + 1; B – 1;4 + 1;5	C – 4;4 ;6	C – 2;3 + 1;12 D – 6;3 ;	D – 1;4 ;15 D – 73 ;
Gabika	A – 2;3 ;1	A – 4;2 ;0	A – 5;4 ; A – 6;4 ;4	B – 3;1 ;0
Števo	B – 7;4 + 1; C – 2;2 ;4	D – 6;1 ;0	C – 9;4 ;6	D – 7;4 + 1;8
Jana	A – 1;3 ;1	A – 3;1 + 1;0	A – 5;3 1;	A – 4;1 ;0
Mário	A – 2;1 ;0	A – 3;2 + 1;0	A – 6;1 B – 5;0 ;0	A – 4;0 ; B – 2;1 ;0
Alena	B – 2;1 ;0	A – 4;1 ;0	A – 6;1 ;0	A – 3;3 ;1
Paľo	B – 1;4 + 1; B – 2;4 ;8 B – 10;2	C – 3;4 + 1; D – 6;1 ;6	D – 7;3 ; E – 5;1 ;7	C – 14;2 ; D – 1 ;1 ;0

na žiaka učiteľ (či už nejaký autoritatívny alebo vo forme motivácie), avšak v tomto prípade stál učiteľ bokom a morálny tlak na žiaka vyvolal kolektív. Bol o to silnejší, že mu nikto nič nevyčítal, vytvorilo sa ovzdušie, kde sa žiak cítil sám (všetci v triede hovorili o pretekoch, a on nemal s čím zasiahnuť do debát).

Pri pretekoch sa ukázala i vhodnosť zaradenia súťaží o viac tričiek. V niektorých etapách sa stalo, že slabší žiaci vyhrali modré tričko pred lepšími. Ich sebavedomie stúplo aj napriek tomu, že vedeli, že lepší žiaci počítali ťažšie príklady.

Záujem triedy o pretek bol veľký. Začal sa už vyhlásením pravidiel preteku a oznámením začiatku. Po prvých kolách sa vystupňoval. Nepodarilo sa nám zistiť, či počas preteku u niektorých žiakov záujem poklesol,

Tabuľka 2

	5.	6.	7.	8.
Ivan	C−7;4 ; D−7;4 ;22 D−9;4+1;	D−13;3 ; E−12;2 ;7	D−15;3 ;7	C−16;4 ; D−11;4 ;4 E−13;4 ;
Marián	D−9;2 ; D−8;3 ;7	D−14;3 ; E−10;0 ;7	C−11;2 ; D−16;3+1;7	D−12;3 ; E−2 ;1 ;7
Gabika	———	A−3;3 ;1	A−10;4+1;2	C−11;1 ;0
Števo	———	F−5;1 ;0	F−3;2 ;0	F−1;3 11
Jana	A−10;3+1;1	A−6;3+1; B−10;1 ;1	A−21;4+1; B−13;1 ;2	C−15;3+1;5
Mário	A−10;1 ;0	A−5;4+1 ; B−14;3 ;5	B−11;2; ;0 C−14;1 ;	A−23;3 ; B−7 ;2 ;1 D−12;0 ;
Alena	A−10;3 ; B−11;2 ;1	A−5;4 ;2	B−13;3 ;3	B−7 ;1 ;0
Paľo	C−7 ;3 ; D−8 ;2 ;5 E−1 ;1 ;	C−13;2 ; D−13;2 ;0 E−2 ;1 ;	C−10;3 ; D−15;2 ;5	C−16;3 ; D−12;2 ;5 E−13;0 ;

avšak zdalo sa nám, že záujem žiakov, i keď počas preteku kolísal, v podstate narastal. Urobili sme 8 etáp a žiaci by boli ochotní súťažiť i ďalej.

Vyhodnotenie experimentu

V jednoduchom štatistickom prehľade uvádzame niektoré fakty, ktoré by mohli byť zaujímavé. Je nám jasné, že robiť závery z jedného experimentu nemožno. Vyskúšali sme ho síce v troch triedach, ale len v jednej sme ho spracovali. Isté závery, ktoré tu uvádzame, sú v podstate

intuitívne, podložené jedine pozorovaním učiteľa. V *tab. 3,* ktorá je v podstate akýmsi vyhodnotením experimentu v 7. c triede ZDŠ Košická, sú uvedené priemery získaných bodov, priemerné počty správne vyriešených príkladov na žiaka. Úspešnosť uvedená v tabuľke je počítaná ako podiel priemerného počtu bodov a priemerného počtu príkladov.

Tabuľka 3

Etapa	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Body	2,1	2,2	3,4	3,9	4,5	3,9	3,2	5,8
Príklady	4,9	3,7	4,5	4,3	5,2	4,0	3,9	4,6
Úspešnosť	0,43	0,59	0,75	0,91	0,87	0,98	0,82	0,78
Max. počet bodov	11	6	12	15	22	18	8	24
Max. počet príkladov	13	8	10	10	13	9	7	12
Najvyššie riešená kategória počet riešiteľov	*C*/5	*D*/2 *C*/10	*D*/3 *C*/13	*E*/1 *D*/8	*E*/2 *D*/6	*F*/1 *E*/4	*F*/1 *E*/1	*F*/1 *E*/5

Sledovaním zmien priemerov v jednotlivých etapách je zreteľný nárast kvality výpočtu zvyšovaním počtu bodov. Medzi prvou a druhou etapou je zrejmá rýchla nesústredená práca v prvej etape, kde žiaci vyriešili síce veľa príkladov z niekoľkých súborov, ale veľa súborov nedoriešili, čo znamenalo bodové straty. V druhej etape sa počet vyriešených príkladov zmenšil, ale zvýšil sa počet získaných bodov. Nárast kvality riešenia je zrejmý do piatej etapy. V 6. etape, a najmä v 7. etape je viditeľný pokles, ktorý v 8. etape výrazne poskočí smerom nahor. Podobný pokles v 7. etape sme si všimli aj v druhej triede, ktorú však nemáme štatisticky podchytenú. Nezodpovedanou otázkou ostáva príčina tohto poklesu, prípadne jeho zákonitosť.

Pokles celej triedy je zreteľný aj pri maximálnych výkonoch v 7. etape. Zaujímavý je pomerne veľký nárast vo všetkých smeroch v 8. etape.

Úlohy do budúcnosti

Pri experimente sme pozorovali zvýšený nárast záujmu o riešenie úloh. Tento cieľ sme v podstate sledovali. Uvažovali sme o zaradení Algopretekov i do iných tematických okruhov.

Podobné preteky sme uskutočnili v 5. ročníku na delenie desatinných čísel. Tento pokus zatiaľ nebol vyhodnotený, znateľný však bol zvýšený záujem žiakov o „tréning" delenia a okrem toho pri previerke sa zistilo, že žiaci vedia spoľahlivejšie deliť ako násobiť. Domnievame sa, že takýmto spôsobom sa žiaci naučia viac ako pri bežnej výuke.

Ukazuje sa, že podobné preteky by bolo možné zaviesť takmer na všetky typy škôl a pre všetky vekové stupne žiakov. Pomocou neho sa darí aktivizovať žiakov pri témach na precvičovanie algoritmov, ktoré je pre nich neatraktívne.

Pri experimente sa ukázalo, že algopreteky nekladú veľké nároky na prácu učiteľa, pokiaľ je už pripravený. Oprava je rýchla, lebo sa kontrolujú len výsledky. Problém bol s prípravou. Do budúcnosti uvažujeme využiť počítač, ktorý by mohol sám generovať súbory príkladov rozličnej obťažnosti a hneď by ich aj rozmnožil pre žiakov.

Pri výskume sme narazili na niekoľko problémov, na niektoré z nich sme síce intuitívne odpovedali, avšak treba ich podložiť ďalšími experimentami.

Bude treba:

1. objektívne zistiť, či sa takýmto spôsobom naučia žiaci viac ako pri bežnej výuke,
2. zistiť, koľko etáp je pre žiakov únosných — to znamená, dokedy bude ich záujem narastať, kedy sa zastaví a nebude stúpať,
3. overiť, pre ktoré vekové stupne a aké typy škôl je táto súťaž vhodná.