∞

BOHDAN ZELINKA, Liberec

Už žák základní školy jaksi intuitivně chápe pojem nekonečna. Kdybychom chtěli napsat všechna přirozená čísla, zřejmě bychom s tím nikdy nebyli hotovi; je jich tedy nekonečne mnoho. Tím spíše je nekonečně mnoho čísel racionálních i čísel reálných. Také např. přímka je nekonečná; zatím co každá úsečka má nějakou konečnou délku, o přímce to neplatí a lze na ni umístit úsečku libovolné délky. Bodů je nekonečne mnoho, dokonce i na sebekratší úsečce. (A to necháváme stranou užívání slova „nekonečný" v nadsázce, když třeba o některé vyučovací hodině řekneme, že je nekonečná.) Není tedy nic divného na tom, že existuje jakási ležatá osmička, která toto nekonečno označuje. Můžeme-li nic označovat číslem 0 a máme-li i čísla záporná, proč by nemohl být i symbol pro nekonečno.

K soustavnému užívání ležaté osmičky se dostane člověk při studiu matematické analýzy. V ní se zcela samozřejmě mluví o tom, že se číselná osa doplňuje o dva takzvané nevlastní body, které se označují $+\infty$ a $-\infty$. Je to trochu zarážející, vzpomeneme-li si na středoškolskou geometrii, kde jsme se učili o tom, že každá vlastní přímka má právě jeden nevlastní bod. Ale budiž, smiřme se s tím, že tady je to trochu jiné. Pak se nám s těmi ležatými osmičkami pracuje docela dobře; limita může být v nevlastním bodě stejně jako ve vlastním a může se někdy rovnat nějakému číslu, jindy nějakému nekonečnu, ať už plus nebo minus. Přesto však si musíme dávat pozor, abychom nevyslovili nějaký takovýto výrok: „Do výrazu $\frac{1}{x}$ dosadíme za x nekonečno a dostaneme nulu." Po takovémto výroku se zvedne kárající prst vyučujícího a jsme poučeni o tom, že takové věci se neříkají. Nekonečno není žádné číslo, proto je nemůžeme dosazovat. Něco jiného je počítat v něm limity; tam to nekonečno slouží jako symbol toho, že proměnná roste nade všechny meze.

Pak přichází Lebesgueův integrál a s ním i emancipace obou nekonečen. Jsou rázem prohlášena za čísla a jsou zavedeny početní operace s nimi. Je to trochu zvláštní, ale také to celkem přijímáme s pochopením. O výrazu $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ jsme se také nejdříve učili, že to není žádný zlomek, ale pouze určitý symbol pro derivaci. Teprve později jsme začali upravovat rovnost $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=z$ odstraněním zlomku na $\mathrm{d}y=z\,\mathrm{d}x$. Ty početní operace jsou celkem přirozené; chápeme, že $a+\infty=\infty$ pro každé reálné číslo a, dále $\infty+\infty=$ $=\infty$ a $a\cdot\infty$ pro $a\neq 0$ je rovno ∞ nebo $-\infty$ podle toho, zda a je kladné nebo záporné; analogické rovnosti platí i pro $-\infty$. Rovněž chápeme, že nelze sčítat $+\infty$ s $-\infty$. Trochu nás zaráží rovnost $0\cdot\infty=0.(-\infty)=0$, ale to nám přednášející zdůvodní.

V teorii funkcí komplexní proměnné bychom čekali, že těch nekonečen přibude. Mohlo by jich být nekonečně mnoho, jako máme v geometrii nekonečně mnoho nevlastních bodů v rovině. Přinejmenším by měla být čtyři; dvě reálná a dvě ryze imaginární. Jsme tedy šokováni poznatkem, že nekonečno je v této teorii pouze jedno. A přitom to vůbec nebrání tomu, aby existoval integrál od $-\mathrm{i}\infty$ do $\mathrm{i}\infty$; označuje se tak někdy integrál po imaginární ose.

Podobné překvapení nás čeká i v geometrii. Byli jsme zvyklí na to, že na každé vlastní přímce leží právě jeden nevlastní bod a v rovině je jich nekonečně mnoho a tvoří nevlastní přímku. U kruhové inverse se však setkáváme s jakýmsi nevlastním bodem roviny, který je jen jediný a který je v kruhové inversi obrazem středu kružnice, která tuto inversi určuje. Každá přímka je potom vlastně kružnicí, která tímto bodem prochází. A nakonec i u těch obvyklých nevlastních bodů se setkáváme s tím, že dělící poměr nevlastního bodu přímky AB vzhledem k bodům A a B je roven jedné, což by vlastně mělo znamenat, že nekonečno děleno nekonečnem rovná se jedné; to však lze chápat prostě jako limitu, takže to není tak nepochopitelné.

A konečně nastává chvíle, kdy se seznámíme s nekonečnými kardinálními čísly. Poznáme, že nekonečen je nekonečně mnoho, nejmenší z nich se označuje $\aleph_0$ a ty další zase týmž písmenem s jinými indexy. Písmeno $\aleph$ je hebrejské písmeno alef. Neodpovídá našemu písmenu „a“, jak bychom čekali, ale vyjadřuje pouze takzvaný ráz, to jest jakési „hm“. Přes tuto zdánlivou nevýznamnost je prvním písmenem hebrejské abecedy a jedním z mála hebrejských písmen, kterých se v matematice používá.

Jakmile poznáme alefy, konečně uvidíme, jak to vlastně s tím nekonečnem je. A začne se nám zdát, že ta ležatá osmička je zbytečná. Co vlastně znamená, čemu se rovná? Je to $\aleph_0$, nebo snad $\aleph_1$ nebo $\aleph_2$, či je to souhrnné označení pro všechny alefy? A nakonec se nám zdá, že je to jen jakási pomůcka, která slouží k tomu, aby se studentům jakž-takž přiblížilo mysterium nekonečna do té doby, než vyspějí k tomu, aby pochopili nekonečná kardinální čísla; že má tedy podobnou funkci jako čáp při objasňování tajemství vzniku života.

Jak to tedy vlastně je? Rozdíl mezi ležatou osmičkou a alefy úzce souvisí s rozdílem mezi aktuálním a potenciálním nekonečnem. Jsou to pojmy z filosofie matematiky. Nechci se zde příliš hluboko pouštět do filosofie, proto objasním tyto pojmy stručně a snad nepříliš přesně. Mluvíme-li o množině přirozených čísel, řekneme, že je to nekonečná množina. Jde zde o aktuální nekonečno; takové nekonečno, o němž tvrdíme, že zde existuje. Naproti tomu mluvíme-li pouze o tom, že ke každému přirozenému číslu n existuje takové přirozené číslo, které je větší než n, mluvíme o tom, že v jistém procesu lze neomezeně pokračovat; zde jde o nekonečno potencionální, to znamená možné. Alefy vyjadřují aktuální nekonečno; jsou to mohutnosti nekonečných množin. Naproti tomu ležaté osmičky používáme spíše k vyjádření potenciálního nekonečna, jak uvidíme v dalších odstavcích.

Podívejme se nejprve na nekonečno v matematické analýze. U limity v nevlastním bodě je jasně patrné, že jde o potenciální nekonečno; nemusíme si vůbec představovat nějaký bod $+\infty$ nebo $-\infty$, stačí si pouze uvědomit, že zápis $x \to +\infty$ znamená, že proměnná x roste nade všechny meze; analogický význam má i zápis $x \to -\infty$. Trochu méně jasné je to už u nevlastní limity. Výraz $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$ je rovností a my se tedy můžeme ptát, mezi čím je tato rovnost; mezi čísly nebo mezi něčím jiným? A přitom ani zde vlastně nejde o nic jiného, než že funkce $f(x)$ v okolí bodu a roste nade všechny meze; tedy opět tu máme potenciální nekonečno.

Souvisí to s pojmem suprema. Je známo, že každá neprázdná shora omezená množina reálných čísel má supremum, které je také reálným číslem. Množina reálnych čísel, která není shora omezena, tuto vlastnost nemá. Činíme-li však obecné úvahy o supremech množin reálnych čísel, bylo by značně nepohodlné téměř v každé větě uvádět slova „pokud toto supremum existuje.“ Lépe je zavést nějaký symbol pro neexistující supremum a tím je právě ono $+\infty$. Představíme-li si, že jsme doplnili číselnou osu o nový symbol $+\infty$ takový, že $a < +\infty$ pro každé reálné číslo a, pak v případě neprázdné shora neomezené množiny reálních čísel tento výraz splňuje definici suprema této množiny, až na to, že není reálným číslem. Podobně zavádíme symbol $-\infty$ takový, že $-\infty < a$ pro každé reálné číslo a a tento symbol můžeme považovat za infinum každé zdola neomezené množiny reálných čísel (neprázdné). Symboly $+\infty$ a $-\infty$ takto chápané nám také umožňují zápis neomezených intervalů; např. $(-\infty, +\infty)$ je množina všech reálných čísel větších než $-\infty$ a menších než $+\infty$, tedy všech reálných čísel.

Aby ani prázdná množina nepřišla zkrátka, definuje se její supremum jako $-\infty$ a infinum jako $+\infty$. Je to poněkud kuriózní, jestliže infinum nějaké množiny je větší než její supremum. Ovšem prázdná množina je už sama o sobě dosti kuriózní, takže to můžeme připustit. Zvláštní je i to, že zde vlastně nestačí mluvit jen o prázdné množině, ale je třeba uvést, že jde o prázdnou množinu reálných čísel; jinak by nemělo smysl takto supremum a infinum definovat. Je to poněkud v rozporu s tím, že všechny prázdné množiny jsou si rovny, ale tyto problémy nechme stranou. (Mohl by na toto téma vzniknout další článek s krátkým názvem $\emptyset$.) Definice suprema a infima prázdné množiny reálných čísel poněkud připomíná Máchův „Máj“, kde se pojem „nic“ opisuje řadou výrazů typu „zborcené harfy tón“. Jako zborcená harfa nemůže vydávat tóny, nemůže ani prázdná množina reálných čísel obsahovat reálné číslo větší než $-\infty$ a neobsahuje tedy žádný prvek (prvek $-\infty$ obsahovat nemůže, protože to není reálné číslo). Podobně je to i s infimem $+\infty$.

Z takto definovaného suprema a infima neomezených množin lze odvodit užívání symbolů $+\infty$ a $-\infty$ u limit a u pojmů z nich odvozených, například u nevlastních integrálů. Dojmem jisté nedůslednosti působí zápis nekonenčného součtu, např. $\sum_{j=1}^{\infty} a_j$. Píšeme-li $\sum_{j=1}^{n} a_j$, znamená to, že sčítame všechny výrazy tvaru a_j, kde $1 \leqq j \leqq n$. Naproti tomu v případě nekonečného součtu $\sum_{j=1}^{\infty} a_j$ sčítáme výrazy a_j pro $1 \leqq j < +\infty$, tedy nemáme žádný výraz a_∞. Lze to však odůvodnit právě tím, že nekonečno nepovažujeme za číslo. Pak nedojde k nedorozumění, pokud sčítáme reálná čísla. Pokud bychom sčítali kardinální nebo ordinální čísla, pak pro součet všech čísel tvaru a_j, kde j probíhá všechna přirozená čísla, je lépe užít symbolu $\sum_{1=j<\omega_0} a_j$, kde ω_0 je nejmenší nekonečné ordinální číslo. V tomto případě se setkáváme s aktuálním nekonečnem; můžeme mít i součty tvaru $\sum_{j \leqq \omega_0} a_j$, kde sčítáme všechna a_j pro j rovné nezápornému celému číslu nebo rovné ω_0; a konečně můžeme sčítat i nespočetně mnoho čísel. Podobně je tomu se sjednocením nebo průnikem nekonečně mnoha množin.

Mohli bychom se ptát, proč v uvedených případech nepoužíváme místo ∞ symbolu $\aleph_0$ nebo ω_0. Není tomu tak především proto, že není žádné $-\aleph_0$ ani $-\omega_0$. Dále nekonenčná kardinální i ordinální čísla nejsou vlastně protikladem konečných reálných čísel, ale konečných kardinálních či ordinálních čísel, což jsou nezáporná celá čísla. A konečně jde tu vlastně i o vyjádření zmíněného protikladu mezi aktuálním a potenciálním nekonečnem.

Můžeme to ukázat na teorii grafů. V této teorii je určitým způsobem definován pojem cesty spojující dva dané uzly grafu. Délka cesty je definována jako počet jejích hran. Potom lze definovat vzdálenost dvou uzlů jako minimum délek cest, které spojují tyto uzly; je to nějaké nezáporné celé číslo. Pokud žádná takováto cesta neexistuje, definuje se vzdálenost uzlů jako ∞; je to v podstatě zase infimum prázdné množiny čísel. Bereme-li $n < \infty$ a $n + \infty = \infty$ pro každé číslo n a $\infty + \infty = \infty$, splňuje takto definovaná vzdálenost axiómy metrického prostoru. Dále se definuje průměr grafu jako supremum všech vzdáleností jednotlivých dvojic uzlů grafu. Existuje-li dvojice uzlů, které nejsou spojeny cestou, to jest je-li graf nesouvislý, je průměr grafu roven ∞. U konečného souvislého grafu je průměr vždy roven celému nezápornému číslu a není ani třeba mluvit o supremu, lze užít výrazu maximum. Jinak je tomu u grafů nekonečných. Může existovat nekonečný graf, který je souvislý, to jest každá dvojice jeho uzlů je spojena cestou a má tedy konečnou vzdálenost, a který má přesto průměr ∞. Je to v případě, kdy množina čísel, která udávají vzdálenosti jednotlivých dvojic uzlů v grafu, není shora omezená. Vidíme, že zde užíváme ležaté osmičky.

Jinak je tomu u chromatického čísla grafu. Je to minimální počet barev, kterými lze obarvit uzly grafu tak, aby libovolné dva uzly spojené hranou měly různou barvu. Graf se skladá z komponent, což jsou maximální souvislé podgrafy; je-li graf nesouvislý, jsou tyto komponenty alespoň dvě. Platí, že chromatické číslo grafu je rovno supremu množiny chromatických čísel všech jeho komponent. Mějme nyní graf, který má nekonečně mnoho komponent, přičemž chromatická čísla všech komponent jsou konečná, jejich množina však není shora omezená. Chromatické číslo takového grafu se rovná jejich supremu, které však tentokrát neznačíme symbolem ∞, ale $\aleph_0$. Proč je tomu tak?

V případě průměru grafu jde o nekonečno potenciální. Žádné dva uzly grafu nemohou být spojeny cestou nekonečné délky; existují sice i nekonečné cesty, o nich však nelze tvrdit, že by spojovaly nějaké uzly. Je-li tedy vzdálenost dvou uzlů rovna ∞, jde tu o infimum prázdné množiny čísel. Průměr grafu rovný ∞ dostaneme buď v případě, kdy je takto definována vzdálenost některých dvou uzlů, nebo jako supremum shora neomezené množiny celých čísel. Jinak je tomu u chromatického čísla. V případě výše popsaného grafu nejde o pouhé supremum, ale skutečně existuje množina barev, kterými lze graf obarvit žádaným způsobem; tato množina má mohutnost alespoň $\aleph_0$. Z toho je jasně vidět, že jde o nekonečno aktuální. Existují i grafy, jejichž chromatické číslo je nekonenčné kardinální číslo větší než $\aleph_0$.

Vraťme se opět k analýze. Už na příkladě vzdáleností v grafu jsme viděli, že je někdy účelné zavádět početní operace a nerovnosti i s ležatými osmičkami. Je tomu tak i u Lebesgueova integrálu. Potom mají $+\infty$ a $-\infty$ určité vlastnosti čísel; můžeme mluvit např. i o intervalu $\langle 0, +\infty \rangle$, což je množina skládající se ze všech nezáporných reálnych čísel a ze symbolu $+\infty$. Nicméně ani tady nemusíme ležaté osmičky nazývat čísly, můžeme je stále brát jako vyjádření potenciálního nekonečna.

Než přejdeme k onomu jedinému nekonečnu v teorii funkcí komplexní proměnné, zastavíme se u geometrie. Dvě různé přímky v rovině mohou mít nejvýše jeden společný bod; nemají-li žádný, jsou to rovnoběžky. Množina všech přímek v rovině procházejících daným bodem se nazývá svazek přímek; jednotlivým svazkům vzájemně jednoznačně odpovídají příslušné body, kterým říkáme středy těchto svazků. Množina všech přímek v rovině rovnoběžných s danou přímkou se nazývá směr. Je to množina, která má určité vlastnosti analogické vlastnostem svazku, tedy je vhodné i každému směru jednoznačně přiřadit určitý prvek, který se nazývá nevlastní bod a pokládá se za bod každé z přímek směru. Pak lze říci, že libovolné dvě různé přímky v rovině mají právě jeden společný bod (vlastní nebo nevlastní). Nevlastních bodů v rovině je nekonečně mnoho, protože je nekonečně mnoho směrů a není možné, aby dvěma různým směrům odpovídal tentýž nevlastní bod; potom by existovaly dvě různé přímky, které by měly dva různé společné body, jeden vlastní a jeden nevlastní. Vidíme, že nevlastní body mají vlastnosti analogické vlastnostem vlastních bodů; např dvěma různými body, ať vlastními nebo nevlastními, prochází právě jedna přímka (aby toto platilo i pro dva nevlastní body, nazýváme množinu nevlastních bodů roviny nevlastní přímkou).

Význam nevlastních bodů je nejlépe vidět při středovém promítání. Nechť je dáno středové promítání ze středu S na průmětnu π (v níž bod S neleží). Mějme přímku p různoběžnou s rovinou π a neprocházející bodem S; jejím průmětem je nějaká přímka p'. Že je to skutečně přímka p', můžeme tvrdit pouze na základě existence nevlastních bodů. Nechť A je průsečík přímky p s rovinou rovnoběžnou s π a procházející bodem S. Promítací přímka SA je rovnoběžná s π, tedy bod A se nepromítá do žádného vlastního bodu roviny π; promítá se však do nevlastního bodu této roviny, který je nevlastním bodem přímky p'. Můžeme jej značit A'_∞, tedy píšeme ležatou osmičku jako index, aby bylo zřejmé, že jde o bod nevlastní. Mějme nyní bod B', který je průsečíkem roviny π s rovnoběžkou k přímce p vedenou bodem S. Je to bod přímky p', a přitom není průmětem žádného vlastního bodu přímky p. Můžeme jej však považovat za průmět nevlastního bodu přímky p, který bychom označili B_∞.

Nevlastní bod si vlastně ani nemusíme představovat jako bod v nekonečnu; můžeme jej brát pouze jako určitý prvek přiřazený směru. Někdy však je třeba si jej opravdu představit jako bod v nekonečnu, např. ve zmíněném případě dělícího poměru nevlastního bodu přímky AB vzhledem k bodům A a B. Máme-li posloupnost bodů na přímce AB, jejichž vzdálenost od bodu A i od bodu B roste nade všechny meze, a utvoříme-li posloupnost jejich dělících poměrů vzhledem k bodům A a B, je limitou této posloupnosti číslo 1 a toto číslo považujeme za dělící poměr nevlastního bodu přímky AB vzhledem k bodům A a B. Vůbec však přitom nemusíme mluvit o dělení nekonečna nekonečnem.

Všimněme si, že nám nikde nevyvstala potřeba zavádět na téže přímce dva nevlastní body. Proto to také neděláme; jinak je tomu u číselné osy v analýze, kde, jak jsme viděli, to je užitečné.

Vezměme si nyní onu kruhovou inversi. Ta určitým způsobem souvisí se stereografickou projekcí. Mějme kulovou plochu $\varkappa$ se středem O a na ní bod S. Nechť π je rovina kolmá na přímku OS a neprocházející bodem S. Je-li A bod plochy $\varkappa$ různý od S, pak jeho průmětem na rovinu π budeme nazývat průsečík přímky SA s rovinou π. Každému bodu plochy $\varkappa$ různému od S jednoznačně odpovídá jeho průmět a také každý bod roviny π je průmětem právě jednoho bodu plochy $\varkappa$ různého od S. Samozřejmě bod S sám se takto na rovinu π nepromítá, protože nemůžeme mluvit o spojnici bodu S opět s bodem S. Kdybychom nepromítali kulovou plochu, ale pouze kružnici, bylo by celkem přirozené za tuto „spojnici“ brát tečnu kružnice v bodě S. Takto však i tečen k ploše $\varkappa$ procházejících bodem S je nekonečně mnoho a není důvodu, abychom některé z nich dali přednost před jinými. Mohli bychom se tedy smířit s tím, že prostě bod S žádný průmět nemá. Uvažujme však o topologických vlastnostech kulové plochy $\varkappa$ a roviny π. Je-li A libovolný bod plochy $\varkappa$ různý od S, pak průmětem libovolného okolí bodu A neobsahujícího bod S je opět okolí průmětu A' bodu A v rovině π. Je-li toto okolí vnitřkem nějaké uzavřené křivky na ploše $\varkappa$, je jeho průmět vnitřkem průmětu této křivky v rovině π. Jak to bude s okolími bodu S? Máme-li nějaké okolí bodu S na ploše $\varkappa$, které je vnitřkem uzavřené křivky, pak jeho průmětem bude množina všech bodů roviny π ležících vně průmětu této křivky. Vezměme speciálně okolí bodu S, které je vnitřkem (na ploše $\varkappa$) kružnice k, jež je průsečnicí plochy $\varkappa$ s nějakou rovinou kolmou k přímce OS a protínající úsečku OS. Jeho průmětem je množina bodů ležících vně kružnice k' v rovině π, kde k' je průmět kružnice k. Konverguje-li poloměr kružnice k k nule, konverguje poloměr kružnice k' k nekonečnu. Znamená to také, že máme-li libovolnou posloupnost bodů $A'_1, A'_2, A'_3, \ldots$ v rovině π, jejichž vzdálenost od daného pevného bodu roste nade všechny meze, a je-li A'_n průmětem bodu A_n kulové plochy $\varkappa$ pro každé přirozené n, je $\lim_{n\to\infty} A_n = S$. Proto se rovina π doplňuje o „bod“, který má tu vlastnost, že množina bodů vně libovolné kružnice v rovině π je jeho okolím. Tento bod je nevlastním bodem roviny, ale nevlastním bodem jiného typu než ty, o nichž jsme mluvili výše; je v celé rovině jen jediný a můžeme jej považovat za průmět bodu S v popsaném promítání.

Tento nový typ nevlastního bodu není sice tak výhodný pro úvahy o incidenci bodů a přímek, ale zato, jak sme viděli, se hodí pro topologické úvahy. I těm nevlastním bodům, o kterých jsme mluvili dříve, by bylo možno přiřazovat okolí; za okolí nevlastního bodu ležícího na přímce p bychom považovali např. vnitřek libovolné hyperboly, jejíž hlavní osou je přímka p nebo přímka s ní rovnoběžná (připomeňme, že vnitřek hyperboly se skládá ze dvou částí, v nichž leží její ohniska). Vidíme však, že by to bylo dosti složité. Pokud bychom prováděli s novým typem nevlastního bodu úvahy o incidenci, mohli bychom považovat přímku za zvláštní případ kružnice — za kružnici, která prochází nevlastním bodem. Nejlépe to vidíme právě u kruhové inverse.

To, že nový typ nevlastního bodu je výhodný při topologických úvahách, způsobuje, že se jej užívá také v teorii funkcí komplexní proměnné. Značí se pak symbolem ∞ (bez znaménka plus či minus) a je pokládán za jediné nekonečno v Gaussově rovině. Především je to dobré k tomu, abychom o každé komplexní funkci, jejíž absolutní hodnota roste nade všechny meze, mohli tvrdit, že jde k nekonečnu, bez ohledu na průběh její amplitudy. Nekonečno potom lze považovat za jakousi „převrácenou hodnotu nuly". I jinak mají okolí bodu ∞ analogické vlastnosti jako okolí vlastních bodů. Rozhodně by nebylo výhodnější zavádět čtyři nekonečna nebo dokonce nekonenčně mnoho nekonečen.

K výrazům typu $\int_{-\mathrm{i}\infty}^{+\mathrm{i}\infty} f(t)\,\mathrm{d}t$ bych poznamenal, že podle mého názoru nejsou dosti vhodné. Bylo by lépe psát $\int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathrm{i}t)\,\mathrm{d}t$ a brát to jako integrál komplexní funkce reálné proměnné, nebo psát $\int_C f(t)\,\mathrm{d}t$ a vysvětlit, že C je imaginární osa probíhaná směrem nahoru.

Závěrem tedy shrneme, co jsme si o ležaté osmičce uvědomili. Symbol ∞ označuje potenciální nekonečno, na rozdíl od nekonečných kardinálních a ordinálních čísel, která vyjadřují nekonečno aktuální. Význam tohoto symbolu je ustálený, nikoliv však zcela jednoznačný, jako je tomu např. u symbolů 5 nebo $\aleph_0$. Mohli bychom jej přirovnat k významu symbolu $\sim$. Tímto symbolem je zvykem značit ekvivalenci, avšak zatím co u zápisu $a = b$ vždy jasně chápeme, o co jde (pokud ovšem známe smysl symbolů a a b), u zápisu $a \sim b$ pouze víme, že jde o nějakou ekvivalenci, která však musí být ještě blíže popsána. Tak i u symbolu ∞ chápeme, že jde o nějaké potenciální nekonečno. Jeho přesný význam se však může měnit podle potřeby, takže je nutno vědět, jak je toto nekonečno popsáno nebo aspoň v které matematické disciplině je ho užito.