VEKTORY OČIMA DISKRÉTNÍHO MATEMATIKA

BOHDAN ZELINKA, Liberec

Jak jsme poznali na stránkách tohoto časopisu, na vektory lze pohlížet různými očima: očima algebraika [1], geometra [2], středoškolského profesora [3] nebo funkcionálního analytika [4]. Prvních šest ze zmíněných osmi očí má jedno společné — tyto oči hledí zpravidla na vektory konečné dimense. Takovéto vektory lze při dané bázi vyjadřovat pomocí uspořádaných n-tic čísel a tedy lze na ně prostě pohlížet jako na tyto n-tice. Pohled očima funkcionálního analytika se od zmíněných pohledů liší tím, že se zabývá i vektory nekonečné dimense a užívá výrazu vektor i pro matematické objekty, které jsou značně vzdáleny běžné představě vektoru, s nimiž však nicméně lze provádět operace splňující axiomy vektorového prostoru.

Přidejme ještě deváté a desáté oko, což budou oči diskrétního matematika.[1]) Ten jde cestou opačnou. Vektorem dimense n prostě nazývá uspořádanou n-tici čísel, přičemž o vektorové operace a příslušné axiomy se vůbec nestará. Dalo by se říci, že v tomto případě jde o metaforu, to jest o přenesení významu slova na základě vnější podobnosti. Vektor v tomto smyslu se od vektoru v běžném smyslu liší asi jako vodovodní kohout od kokrhajícího kohouta nebo had v teorii grafů od hroznýše královského.

Proč se zavádí tento výraz, když už existuje výraz „uspořádaná n-tice čísel"? S těmi n-ticemi jsou totiž potíže. Stačí se podívat, jak to vypadá v tisku, máme-li kursivní písmeno, po něm rozdělovací čárku a dále písmena antikvy. Když se to vysloví, také to nezní libě; u matematiků to může vzbudit úsměšek.

Mluví-li se o n-tici, zpravidla to vyvolává dojem, že jde pevně dané n.

---

[1]) Diskrétním matematikem není míněn matematik, který je ve svém osobním životě diskrétní osobou, ale matematik zabývající se diskrétní matematikou. Diskrétnost v matematice značí — zhruba řečeno — opak spojitosti.

Pokud tomu tak není, měli bychom říci například „uspořádaná n-tice čísel pro nějaké přirozené číslo n“, takže slovo „vektor“ je zde přece jen vhodnější.

Ostatně dosazujme do výrazu „n-tice“ za n různé hodnoty. V běžném jazyce se často mluví o dvojicích a trojicích, méně už o čtveřicích, pěticích a šesticích. Výrazy jako sedmice, osmice a devítice už znějí nezvykle. Slovu „setice“ bych se raději vyhnul, obávaje sa konfliktu s Ústavem pro jazyk český. Kdybych to slovo viděl mimo kontext, asi bych přemýšlel, co to může být, a spíše bych hledal souvislost se setím obilí než s číslem sto. O „tisícici“ raději pomlčme. Ostatně pro $n=1$ to také není jednoduché; je to „jednice“ nebo „jednatice“? A co takhle „101-tice“?[2)]

Proto prostě uspořádané n-tici čísel pro dané n říkáme n-rozměrný vektor nebo vektor dimense n. Není-li n pevně dáno, mluvíme prostě o vektoru.

V teorii booleovských funkcí mluvíme o booleovském vektoru, což je uspořádaná n-tice, jejíž každý člen je roven buď nule, nebo jedné. Booleovská funkce n proměnných je pak funkce, která každému booleovskému vektoru dimense n přiřazuje číslo 0 nebo 1.

Pojem booleovského vektoru se uplatňuje i v jiných oborech matematiky. Graf n-rozměrné krychle by bylo možno definovat jako graf, jehož uzly jsou vrcholy n-rozměrné krychle a jehož hrany jsou hrany této krychle. Čtenář, který není zběhlý v geometrii vícerozměrných prostorů, by si asi chvíli vybavoval, jak taková krychle vypadá pro $n \geqq 4$. Názorněji lze tento graf definovat jako graf, jehož uzly jsou právě všechny booleovské vektory dimense n, přičemž dva uzly jsou spojeny hranou právě tehdy, liší-li se právě v jedné souřadnici. (Viz např. [5]).

Zdůrazněme, že uspořádaná n-tice neznamená totéž jako uspořádaná množina o n prvcích. V uspořádané n-tici se členy mohou opakovat; uspořádaná trojice [1, 2, 1] není uspořádaná množina o třech prvích.

Podobná situace je i u neuspořádaných n-tic. Vezmeme si rovnici

$$x^4 - 9x^3 + 30x^2 - 44x + 24 = 0$$

---

2) Slovenští čtenáři, kterých je asi většina, snad prominou, že sa takhle rozepisuji o problémech s češtinou. Jako cvičení si mohou provést analogické úvahy pro svůj jazyk; dojdou asi k podobným závěrům.

Dovíme-li se, že množinou všech kořenů této rovnice je množina $\{2, 3\}$, asi nás to neuspokojí. Je to algebraická rovnice čtvrtého stupně; má-li jen dva kořeny, musí alespoň jeden z nich být vícenásobný; zajímají nás tedy násobnosti kořenů, a o nich se nedovídáme nic. Něco jiného je, když řekneme, že kořeny rovnice tvoří čtveřici $\{2, 2, 2, 3\}$.

Zde jde o čtveřici neuspořádanou. Pro neuspořádanou n-tici čísel přímo nějaký stručný výraz nemáme, můžeme si však pomoci tím, že si takovou n-tici přirozeně uspořádáme (podle přirozeného uspořádání množiny reálných čísel) a pak můžeme rovněž mluvit o vektoru. Takovýmto způsobem můžeme například grafu přiřadit vektor, jehož dimense je rovna počtu uzlů grafu a jehož souřadnice udávají stupně jednotlivých uzlů grafu. (Zde bychom rovněž nevystačili s pouhou množinou čísel, protože různé uzly mohou mít stejný stupeň.) Z prací, v nichž se takto postupuje, uveďme jako příklad [6].

Otázkou zůstává, zda i uspořádanou n-tici objektů, které nejsou čísly, můžeme nazývat vektorem. Osobně bych se přimlouval, abychom ji takto nazývali. Když se pořádně vysvětlí, o co jde, nemůže dojít k nedorozumění; přitom vyjadřování se zjednoduší.

Literatura

[1] Gedeonová, E.: Vektory očami algebraika. Matematické obzory 8 (1975), 11—31.

[2] Medek, V.: Vektory očami geometra. Matematické obzory 9 (1976), 1—13.

[3] Franek, M.: Vektory očami stredoškolského profesora. Matematické obzory 10 (1977), 1—18.

[4] Zelinka, B.: Vektory očima funkcionálního analytika. Matematické obzory 13 (1979), 23—35.

[5] Havel, I.: Embedding grids with diagonals into cubes. Graphs, Hypergraphs and Block Systems, Proc. Symp. Zielona Góra 1976, 89—103.

[6] Jucovič, E.: On face-vectors and vertex-vectors of cell decompositions of orientable 2-manifolds. Math. Nachrichten 1976, 285—295.