ÚLOHY A PROBLÉMY

Rubriku vedie Tomáš Hecht, Matematický pavilón PFUK 816 31 Bratislava. Riešenie úloh uvedených v tomto čísle pošlite na adresu vedúceho rubriky najneskôr do 15. 6. 1979.

B 69. Dvaja hráči striedavo odoberajú z množiny n kociek ($n \geqq 2$) nejaké kocky. Kocky sú rôzne zafarbené k farbami (jedna kocka môže byť farbená aj viacerými farbami). Jedným ťahom možno odobrať len takú množinu kociek, pre ktorú existuje farba, ktorú obsahuje každá kocka danej množiny. Pôvodná množina kociek obsahuje kocku, ktorá obsahuje všetkých k farieb.

1. variant hry: vyhráva hráč, ktorý odoberie poslednú kocku.
2. variant hry: prehráva hráč, ktorý odoberie poslednú kocku.

Dokážte, že pri oboch variantoch vyhráva hráč, ktorý začína (pri svojej bezchybnej hre).

I. Korec

B 70. Nech H je podgrupa grupy všetkých permutácií desaťprvkovej množiny. Ak index grupy H v grupe všetkých permutácií je väčší než 2, tak je aspoň 10. Dokážte!

T. Hecht

B.71. Ak číslo m tvaru $2+2\sqrt{28n^2+1}$ je celé pre nejaké celé n, tak m nie je prvočíslom. Dokážte!

B 72. Nájdite $n \neq 0$, pre ktoré predchádzajúci výraz je číslom celým!

Úlohy *B 71, B 72* sú upravené úlohy maďarskej matematickej olympiády.

B 73. Hráči A a B hrajú medzi sebou šachový zápas na 6 víťazných hier. Pravdepodobnosť víťazstva A je p_A, pravdepodobnosť víťazstva B je $p_B; p_A + p_B < 1$, lebo hra môže skončiť aj nerozhodne. Vypočítajte pravdepodobnosť víťazstva hráča A.

T. Hecht

B 74. Riešte predchádzajúcu úlohu za týchto jednoduchších prepokladov: $p_A = 0{,}6$, $p_B = 0{,}4$! (poznamenávame, že súčasne sa o titul majstra sveta hrá podľa týchto pravidiel.)

T. Hecht