

# ÚLOHY PRE PRÁCU MATEMATICKÝCH KRÚŽKOV

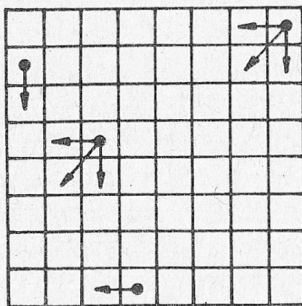
Rubriku vedie Bohuslav Sivák, Ferienčikova 2361, 960 01 Zvolen.  
Nové úlohy (s riešeniami) posielajte na jeho adresu.

Úlohy vybral T. Hecht

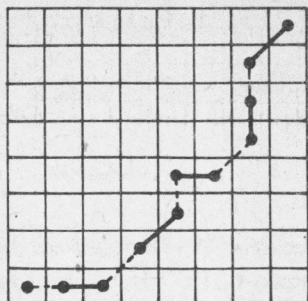
V rubrike nájdete ďalšie dve hry — nájdenie „vítaznej stratégie“ je však pre žiakov tentokrát o niečo ťažšie. Hry sú prebraté z brožúrky [1] resp. časopisu Kvant.

1. hra Na šachovnici so 64 políčkami je v hornom pravom rohu umiestnený kráľ. Dvaja hráči striedavo premiestňujú kráľa vždy o jedno pole alebo dole, alebo doľava, alebo šikmo dole doľava (obr. 1). Vyhráva hráč, ktorý svojím ťahom dostane kráľa do ľavého spodného rohu šachovnice. Príklad zohratej partie nájdete na obr. 2.

*Opis vítaznej stratégie.* Na opis vítaznej stratégie použijeme označovanie políčok ako na obr. 3. Políčko nazveme vyhrávajúcim, ak hráč, ktorý je na ťahu, môže ťahať kráľom, ktorý stojí na tomto políčku, tak, že vyhrá napriek súperovej bezchybnej hre. Políčko, ktoré nie je vyhrávajúce, nazveme prehrávajúce. Z uvedenej definície vyplýva, že políčko je vyhrávajúce práve vtedy, keď existuje z neho ťah na prehrávajúce políčko, a je prehrávajúce práve vtedy, keď všetky ťahy vedú z neho na vyhrávajúce políčka. (Lebo po mojom ťahu ťahá súper!)



Obr. 1. Možné ťahy pri rôznom postavení kráľa



Obr. 2. Príklad zohratej partie: ————— ťahy 1. hráča, - - - - ťahy 2. hráča.  
Vyhral 2. hráč

	a	b	c	d	e	f	g	h	
a8									h8 8
a7			c7						7
a6									6
a5									5
a4						f4			4
a3									3
a2									2
a1	b1	c1							1

Obr. 3. Označovanie políček

Pokúsime sa rozhodnúť o nejakom políčku, napr. c6, či je vyhrávajúce alebo prehrávajúce, a v prípade, že je vyhrávajúce, aký ťah treba urobiť. Aby sme vedeli rozhodnúť, či políčko c6 je vyhrávajúce alebo nie, musíme mať ohodnotené políčka b6, c5, b5, to znamená, musíme začať riešiť úlohu od políčka a1. Políčka a2, b2, b1 sú zrejme vyhrávajúce. Preto políčka a3, c1 sú prehrávajúce. Políčka c2 a b3 sú vyhrávajúce — vedú z nich ťahy na c1 a a3. Políčko c3 je teda prehrávajúce — vedú z neho ťahy len do vyhrávajúcich políček. Podobne ohodnotíme všetky políčka. Výsledok vidno z obr. 4 — prehrávajúce políčka sú označené písmenom p, vyhráva-

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	
								8
P		P		P		P		7
								6
P		P		P		P		5
								4
P		P		P		P		3
								2
P		P		P		P		1

Obr. 4. Ohodnotenie políček

júce ponechané prázdne. Pole c6 je teda vyhrávajúce a treba z neho ťahať na c5. Z obr. 4 vyplýva tiež, že pri bezchybnej hre oboch hráčov vyhráva hráč, ktorý začína — jeho prvý ťah musí byť z h8 na g7.

2. hra Sú 3 kopy kameňov — v jednej je 23, v druhej 19, v tretej 15 kameňov. Hru hrajú 2 hráči, ktorí striedavo „ťahajú“. Hráč, ktorý je na ťahu rozdelí každú kopy, v ktorej je viac ako jeden kameň na dve kopy ľubovoľným spôsobom. Prehráva hráč, ktorý nemôže ťahať, t. j. pri jeho ťahu majú všetky kopy už len po jednom kameni.

*Opis víťaznej stratégie.* Všimame si iba kopy (kopy), ktorá má po našom ťahu najviac kameňov. Snažíme sa, aby počet kameňov tejto kopy bol alebo 1 alebo 3 alebo 7 alebo 15. Ak toto raz docielime, tak pri našom ďalšom ťahu je už vždy možné splnenie tejto podmienky. Správnosť uvedenej stratégie možno odôvodniť zavedením vyhrávajúcich a prehrávajúcich čísel podobne ako v 1. hre. Z uvedeného tiež vyplýva, že začínajúci hráč vyhráva, kopy rozdelí napr. takto: 15 + 8, 15 + 4, 10 + 5. Hru možno hrať aj s väčším počtom kôp a s iným počtom kameňov v jednotlivých kopách.

#### Literatúra

[1] Dynkin a kol.: *Matematičeskije zadači*. Moskva 1974.

[2] Gardner: *Matematičeskije golovolomki i razvlečenija*. Zv. 1—3. Moskva 1974.