obr. 3 dáva $B=13$, pozri *obr. 4*. Pretože 9 susedí len so 7, 10 a 11, platí $F=9$ a podľa (8) $F=12$, $I=9$. Pretože 12 susedí len s 10, 11, 13 a 14, máme $E=14$. Ďalej, 11 susedí len so 6, 9 a 12, teda $G=6$ a zostáva $N=1$, pozri *obr. 5*. Pretože v tejto sieti žiadna z liniek (1) až (4) nie je okružná, toto rozmiestenie nedáva riešenie úlohy.

b) $A=7$, $K=9$. Podobne ako v a), porovnaním týchto údajov s *obr. 2*, *3* dostaneme $L=8$, $J=11$, $M=2$, $C=10$, $D=12$, $H=5$, a keďže 11 susedí len so 6, 9 a 12, máme $N=6$ (pozri *obr. 6*). Pretože so 4 susedia len 2, 5 a 7, platí $F=4$ a podľa (8) $F=3$, $I=4$. Pretože s 2 susedia len 1, 3, 4 a 6, platí $G=1$, a pretože s 3 susedia len 2, 5 a 13, platí $E=13$ a zostáva $B=14$ (pozri *obr. 7*). Tu máme dokonca dve okružné linky, a to (1) a (3).

Jediné riešenie úlohy je teda na *obr. 7*.

ÚLOHY A PROBLÉMY

Rubriku vedie Tomáš Hecht, Matematický pavilón PFUK, Mlynská dolina 816 31 Bratislava. Riešenia úloh uvedených v tomto zväzku pošlite na adresu vedúceho rubriky do 20. 11. 1978

B57 Nech $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ľubovoľná postupnosť nezáporných celých čísel menších než 10. Nech n je prirodzené číslo nesúdeliteľné s 10. Potom existuje $i \geqq 1$, $k \geqq 0$ tak, že n delí celé číslo, ktorého dekadický rozvoj je $a_i a_{i+1} \ldots a_{i+k}$.

B58. Rozhodnite, či platí nasledujúce tvrdenie: Pre všetky prirodzené čísla n a pre všetky iracionálne čísla existuje $i \geqq 1$ a $k \geqq 0$ tak, že n delí číslo, ktorého dekadický zápis je $a_i a_{i+1} \ldots a_{i+k}$, kde $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je postupnosť cifier dekadického rozvoja iracionálneho čísla?

B59. Nech n-tý člen postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je definovaný ako $a_n = 17n + 8$ a n-tý člen postupnosti $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sa rovná súčtu cifier n-tého člena postupnosti b_n (používame dekadický zápis). a) Ukážte, že existuje aspoň jedno prirodzené číslo, ktoré sa v postupnosti $\{b_n\}$ vyskytuje nekonečne veľa razy! b) Ukážte, že každé prirodzené číslo sa v postupnosti $\{b_n\}$ vyskytuje, a to nekonečne veľakrát.

B60. Máme 3 odmerky do 5/6 naplnených rôznymi kvapalinami. Možno konečným počtom prelievaní dosiahnuť, aby aspoň v jednej odmerke vznikla rovnomerná zmes? Poznámka: odmerky sú ciachované, možno len prelievať kvapalinu z jednej odmerky do druhej, nie vylievať kvapalinu.

B61. Rozhodnite, ktoré z nasledujúcich čísel je väčšie

$$2^{1977} \quad \text{alebo} \quad \frac{1000!}{202!\,201!\,200!\,199!\,198!}$$

B62. Existuje $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ tak, že výrazy $\sqrt{\sin x}$ aj $\sqrt{\cos x}$ sú racionálne čísla?

Úlohy *B 57 – 59* sú variácie úloh korešpondenčného seminára MO; úloha *B 62* bola vybratá z knihy Trigg, Ch.: Zadači s izjuminkoj. Mir, Moskva 1975.