

ÚLOHY A PROBLÉMY

Rubriku vedie Tomáš Hecht, PFUK — Matematický pavilón, Mlynská dolina, 816 31 Bratislava. Riešenie úloh uvedených v tomto čísle pošlite na adresu vedúceho rubriky najneskôr do konca februára 1978.

B 51. Existuje taká postupnosť kladných čísiel

$$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \text{ aby } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} = \infty \text{ a súčasne } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1?$$

B 52. Ak konvexný k -uholník ∇ obsahuje konvexný n -uholník λ , tak obvod ∇ je väčší ako obvod λ . Dokážte!

B 53. Nech $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ je polynóm s celočíselnými koeficientmi aspoň prvého stupňa. Potom pre každé celé z existuje celé y tak, že $y > z$ a $f(y)$ nie je prvočíslo.

Dokážte!

B 54. Spomedzi dvoch kandidátov A, B volí n voličov (n nepárne) predsedu. Pritom n_A voličov volí kandidáta A , n_B voličov kandidáta B a $n_A < n_B$. Aká je pravdepodobnosť toho, že existoval okamih volieb (hlasy sa odovzdávajú postupne), keď viedol kandidát A ?

B 55. Sú traja duelanti A, B, C . Pravidlá súboja sú nasledujúce: duelanti strieľajú v poradí A, B, C po jednom výstrele. Každý mieri na koho chce. Zastrelený stráca poradie. Strieľa sa potiaľ, pokiaľ sú aspoň dvaja nažive. Pravdepodobnosť zásahu strely vystrelenej A je 0,3; B je 1; C je 0,7 (tieto údaje poznajú aj duelanti). Poradte duelantovi A najlepšiu stratégiu!

B 56. Opitý námorník Smith sa potáca domov z prístavnej krčmy. Cesta z krčmy domov je úzka ulica. Na jednom konci ulice je prístavné mólo, na druhom konci ulice je dom námorníka Smitha. Ulica je dlhá n krokov, krčma je k krokov vzdialená od móla. S akou pravdepodobnosťou spadne Smith do mora z prístavného móla, ak s rovnakou pravdepodobnosťou robí kroky smerom k mólu a smerom k svojmu domu a blúdi dovtedy, kým sa nedostane domov alebo nespadne do mora (jednorozmerné blúdenie)?