

EŠTE O NEROVNICIACH TYPU $\prod p_i(x) > 0$

KLÁRA VINAŘOVÁ, Košice

Podstatou metódy, opísanej v príspevku [1], je skúmanie počtu záporných činiteľov v každom z intervalov, na ktoré delia číselnú os body, v ktorých niektorý z činiteľov mení znamienko. V tomto príspevku ukážeme, že v niektorých prípadoch stačí určiť týmto spôsobom znamienko ľavej strany v jednom (ktoromkoľvek) takom intervale, čím sa riešenie nerovníc technicky aj metodicky zjednoduší.

Definícia. Význačným bodom nerovnice

$$\prod_{i=1}^n p_i(x) > 0 \quad (1)$$

nazývame taký bod, v ktorom nepárny počet činiteľov $p_i(x)$ mení znamienko.

Zrejme platia tieto vety:

Veta 1. Ľavá strana nerovnice (1) mení znamienko práve v každom význačnom bode tejto nerovnice.

Veta 2. Nech pre každé i je $\lim_{x \rightarrow \infty} p_i(x) \neq 0$ a $\lim_{x \rightarrow -\infty} p_i(x) \neq 0$. Potom naľavo od prvého význačného bodu má každý činitel rovnaké znamienko, ako $\lim_{x \rightarrow -\infty} p_i(x)$. Podobne napravo od posledného význačného bodu má každý činitel $p_i(x)$ rovnaké znamienko ako $\lim_{x \rightarrow \infty} p_i(x)$.

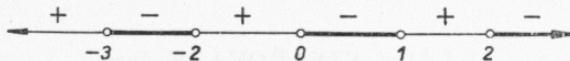
Dôsledok. Ak majú všetky činitele tvar

$$p_i(x) = a_i x + b_i \quad (2)$$

potom ľavá strana nerovnice (1) je naľavo od prvého význačného bodu (napravo od posledného význačného bodu) záporná práve keď počet kladných (záporných) koeficientov a_i je nepárny.

Priklad 1 ([1]) $\frac{x(x-1)(x+2)}{(x+3)(4-2x)(1+x^2)} < 0$.

Význačné body sú: $-3; -2; 0; 1; 2$. Podľa dôsledku vety 2 je ľavá strana kladná v intervale $(-\infty; -3)$. Z obr. 1 vidíme, že riešením nerovnice je množina $(-3; -2) \cup (0; 1) \cup (2; +\infty)$.



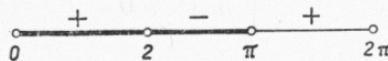
Obr. 1

Priklad 2 ([1])

$$\frac{(x-1) \cdot \sin x \cdot \ln x}{2-x} < 0$$

pre $x \in (0; 2\pi)$.

Význačné body sú: $2; \pi$, ale nie 1 , lebo tam menia znamienko dva činitele. V intervale $(0; 1)$ je ľavá strana kladná. Z obr. 2 vidíme, že riešením nerovnice je interval $(2; \pi)$.



Obr. 2

Literatúra

- [1] Zalabai, Z.: O nerovniach typu $\prod_{i=1}^n p_i(x) > 0$. Matematické obzory 5/1974.
Bratislava, ALFA 1974.