

# POČÍTAČOVÁ GRAFIKA A DESKRIPTÍVNA GEOMETRIA

JOZEF ZÁMOŽÍK, Trnava

## 1. Úvodné poznámky

Už viac ako jedno desaťročie možno sledovať intenzívny rozvoj v oblasti, ktorá sa u nás v poslednom čase nazýva stručne (ale nie celkom výstižne) *počítačová grafika* (computer graphics). Tento príspevok je informatívny, a preto čitateľ v ňom nenájde systematicky definované pojmy, ktoré súvisia s programovaním, s počítačmi a s ich hardwarom a softwarom (t. j. so strojovým, resp. programovým vybavením). Podrobnejšie vysvetlenie možno nájsť napr. v literatúre [1] a [2].

Pojem počítačová grafika zahŕňa spracovanie grafických informácií, a to pomocou počítača a jeho výstupného zariadenia, ktoré sprostredkuje výslednú informáciu podľa požiadaviek používateľa systému, napr. na obrazovku (grafický display) na rysovací papier prostredníctvom súradnicového prírastkového zapisovača (incremental plotters) a pod.

Možno pozorovať, že väčší rozmach v oblasti počítačovej grafiky bezprostredne súvisí s prácami zo začiatku šesťdesiatych rokov. Ich obsahom sú premietacie metódy a rozličné konštrukcie prevzaté z deskriptívnej geometrie (pozri napr. [3], [4], s. 347 až 353). Odvtedy priam narastá explozívne počet prác zameraných na špecifické riešenie úloh deskriptívnej geometrie pomocou počítačov. O niektorých sa v príspevku zmienime, najskôr si však objasníme v hrubých rysoch činnosť automatického kresliaceho stroja.

## 2. Niečo o kresliacom zariadení

Pôvodné poloautomatické alebo automatické kresliace zariadenia (ich vznik sa datuje do prvej polovice štyridsiatych rokov) nedovoľovali kľásť príliš veľké nároky na sortiment kresby. Kreslili väčšinou rovinné grafy, napr. v geografii vrstevnice, v meteorológii izobary. Servomechanizmus sa riadil prevažne ručne. Neskôr sa stala riadiacim médiom dierovaná páska, na ktorú sa dierovali hodnoty súradníc bodov kreslených čiar. Z pásky sa informácia snímala fotoelektrickým snímačom a menila do tvaru impulzov riadiacich kresbu.

Princíp samočinného kresliaceho stroja je jednoduchý. Hlava s kresliacim perom sa pohybuje tak, že každý zložitejší pohyb sa vlastne skladá z niekoľkých priamočiarych pohybov v základných orientovaných smeroch rovinatej nákrse. Nosičom hlavy pera je priame rameno, po ktorom sa hlava môže pohybovať vo dvoch základných (navzájom opačných) smeroch jednej priamky — napr. osi  $X$  rovinatej sústavy kresliaceho poľa. Rozlišujeme spravidla dva typy kresliacich zariadení:

1. *kresliace stoly*; na nich sa pohyb v smere osi  $Y$  zabezpečuje tak, že hlava spolu s ramenom sa pohybuje po koľajničkách umiestených na okraji kresliaceho stola v smere kolmom na rameno.

2. *súradnicové zapisovače*; rameno majú pevné a pohyb v smere osi  $Y$  vykonáva kresliaci papier navinutý na dvoch valcoch, ktorých osi sú rovnobežné s ramenom. Kresliace stoly zabezpečujú presnejšiu kresbu väčšieho formátu (napr. československý stôl Digigraf 1612 umožňuje zostrojovať kresby s rozmermi až  $1600 \times 1200$  mm s presnosťou 0,05 mm). Súradnicové zapisovače sú menej presné, ale obyčajne sa vyznačujú vyššou rýchlosťou kresby.

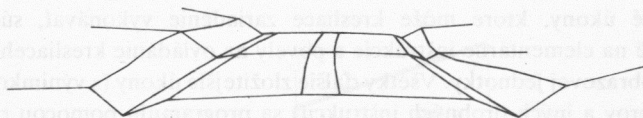
Pohyb v iných ako základných smeroch sa riadi riadiacim interpolátorom, ktorý je obyčajne súčasťou výbavy kresliaceho zariadenia. *Interpolátor* generuje postupnosť impulzov, ktoré spôsobujú premiestňovanie pera prostredníctvom špeciálneho prírastkového mechanizmu. Graf úsečky, ktorá neleží v niektorom zo základných smerov, sa potom zobrazí do lomenej čiary drobného pílovitého tvaru, ktorej jednotlivé úsečky ležia v základných smeroch a majú nepatrnú dĺžku (tzv. základný krok 0,01 až 0,05 mm a viac). Vďaka interpolátoru sa teda môže pero premiestniť z ľubovoľného miesta kresliacej polohy na iné miesto po čiare, ktorá sa používateľovi systému javí ako úsečka. Zvyčajne sa zadávajú súradnice koncového bodu úsečky a povel, či úsečku stroj nakreslí, alebo či sa pero premiestni do tohto bodu naprázdno. Grafom spojitej rovinatej čiary pri takejto interpolácii bude lomená čiara. Od hustoty jej zadaných bodov potom závisí, do akej miery sa tento graf približuje k tvaru danej čiary. Nie je však účelné hustotu týchto bodov neúmerne zväčšovať. Výhodnejším riešením sa ukázalo vytvoriť a pridať ku kresliacemu zariadeniu opäť vhodný interpolátor, napr. interpolátor, ktorý umožňuje kresbu kružnice a jej oblúka, interpolátor pre rotáciu, transláciu, afinitu. Prednosťou kružnicového interpolátora je, že umožňuje spojiť množinu bodov súvislú (na pohľad) hladkou čiarou, ktorá je vytvorená z kružnicových oblúkov.

Napojením kresliaceho stroja na počítač sa tieto možnosti veľmi rozšírili. Jednak sa využili vhodné interpolačné algoritmy, ktoré sú známe z oblasti aproximácií, jednak sa začali hľadať nové riešenia, ktoré sú optimálne z hľadiska požiadaviek počítača, kresliaceho zariadenia, ale aj z iných hľadísk. Konečným cieľom bolo,

aby aj z relatívne malého počtu zadaných bodov vznikla kresba čiary v očakávanom tvare (napr. akú by nakreslil zručný kreslič). Teória spline-funkcií<sup>1)</sup> sa rozšírila o nové riešenia a problémy. Zväčšil sa záujem o túto disciplínu, z čoho vyplynul aj zvýšený počet publikácií na túto tému. Medzi na patria napr. aj [5], [6], [7].

### 3. Kresliaci stroj a počítač

Z náčrtu o možnostiach, ktorými disponuje kresliaci stroj, vyplýva, že bolo veľmi vhodné spojiť toto zariadenie s (číslícovým) počítačom. V prvom rade odpadla ťažkopádna manuálna príprava údajov pre grafický výstup. To umožnilo rozšíriť škálu grafického zobrazenia ďaleko za požiadavky, ktoré sa na grafické zariadenie pôvodne kládli. Rozšírilo sa používanie kresliaceho stroja v oblasti techniky a projektovania a o počítačovú grafiku prejavili záujem umelci, architekti a i. Nie je zriedkavosťou, že sa pomocou počítačovej techniky riešia praktické problémy od úvodnej fázy po vykonávací projekt. V strojárstve je dokonca bežné, že finálny výrobok je dielom programovo riadeného stroja. V cestnom staviteľstve sa pomocou počítača hľadá nielen optimálne riešenie výstavby telesa komunikácie v teréne, ale sa zostrojujú aj výsledné priečne rezy, trasa, niveleta a perspektívny pohľad na cestu. Lineárna perspektíva projektovanej cesty (*obr. 1*) dobre pomáha pri posudzovaní jej bezpečnostných a estetických hľadísk. Viditeľnosť a obrysy telesa komunikácie z pohľadu vodiča hrajú najmä pri najvyšších rýchlostiach dôležitú úlohu. Film zhotovený z tisícok perspektív autostrády za sebou môže tento dojem približne vytvoriť.



Obr. 1

Tieto príklady, pravda, nepodávajú ucelený obraz o možnostiach počítačovej grafiky. Ich rozsah a obsah sa stále dopĺňa o nové námety a zdokonaľuje sa. Ovplyvňujú to v značnej miere požiadavky praxe. No nemalú úlohu hrá

<sup>1)</sup> Anglické slovo spline znamená pružný pásik, ktorý sa používa ako šablóna na rysovanie oblúkov čiary.

v súčasnosti aj vybavenosť a spôsob prepojenia počítača a grafického zariadenia. (Kladíme tu určitý dôraz na to, že v našich úvahách vychádzame zo súčasného stavu hardwaru a softwaru. Pravda, táto situácia sa neustálym pokrokom v teórii a praxi mení.)

Grafické zariadenie (display a kresliaci stroj) je periférnym zariadením počítača. Kresliaci stroj však len zriedka pracuje s počítačom v systéme on-line (t. j. v priamom výstupe)<sup>1)</sup>. Dôvodom je, že relatívne pomalé kresliace zariadenie by v tomto zapojení značne zdržiavalo počítač, plytvalo jeho strojovým časom a operačnou pamäťou. Display býva, vzhľadom na pomerne vysokú zobrazovaciu rýchlosť, zvyčajne napojený priamo na počítač. Nedávno bola vyvinutá laserová obrazovka s rýchlosťou kresby až 5 m/s. Ale aj display možno zapojiť nezávisle od činnosti počítača (off-line). V tomto prípade býva v činnosti riadiaci minipočítač, ktorý je súčasťou výbavy zariadenia display. V systéme off-line sa riadiace povely, naprogramované centrálnym počítačom, prenášajú pomocou dierovanej či magnetickej pásky, resp. disku, cez snímač na grafické zariadenie.

Môže však nastať aj určitá kombinácia týchto spôsobov. Display je totiž zariadenie, ktoré potrebuje neustálu obnovu kresby, a teda aj pohybu svetelného lúča, ktorý vytvára obraz na obrazovke. Čiastočne to zabezpečuje používanie obrazovky s dlhým dosvitom. Na druhej strane možno obnovu osvetlenia usmerňovať sústavnými povelmi cez riadiaci počítač. Centrálny počítač pritom dodáva iba povely, ktoré sú výsledkom zložitejších výpočtov. Zobrazovanie štandardných grafických a abecedno-číslícových značiek a iné drobné úkony opäť riadi minipočítač. Tým sa značne zníži objem údajov, ktoré musí dodávať centrálny počítač.

#### 4. Software

Základné úkony, ktoré môže kresliace zariadenie vykonávať, sú zvyčajne obmedzené na elementárne inštrukcie a povely na ovládanie kresliaceho zariadenia alebo obrazovej jednotky. Všetky ďalšie zložitejšie úkony (s výnimkou činnosti interpolátorov a iných drobných inštrukcií) sa programujú pomocou počítača.

Mnohé výpočty a kresliace inštrukcie sa v rôznych konštrukciách môžu opakovať. To je dôvod na vypracovanie univerzálnych algoritmov, ktoré potom možno používať vo vhodných obmenách (napr. algoritmus na výpočet súradníc priemetu bodu, algoritmus na kresbu priemetu parametrickej siete plochy). Z algoritmov sa obvyklými programovacími spôsobmi vytvára súbor alebo balík kresliacich podprogramov v nejakom programovacom jazyku (algol, fortran a pod.). Niekoľko

---

<sup>1)</sup> V oblasti malej výpočtovej techniky (programovateľné kalkulátory) sa však kresliace zariadenia spravidla zapájajú on-line.

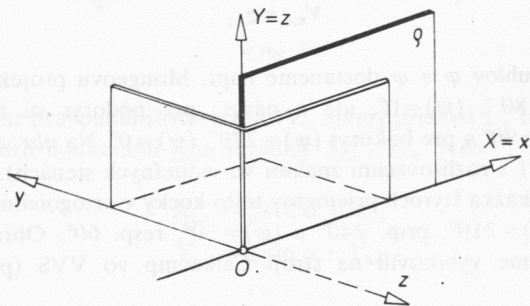
procedúr dodáva obyčajne výrobca spolu s počítačom a jeho periférnymi zariadeniami. To zvyčajne nestačí, a preto sa podľa povahy prác, ktoré sa vykonávajú kresliacim strojom alebo zariadením display, tento balík vhodne rozširuje.

Balík kresliacich podprogramov je zložený z niekoľkých samostatných úsekov. Jedna časť s názvom organizácia kresby obsahuje medzi iným takéto procedúry: špecifikácia otvorenia a ukončenia kresby, vymedzenie poľa kresby, voľba rýchlosti kresby, zmena typu pera podľa hrúbky, druhu alebo farby čiary, kresba abecednočíslicových znakov, špecifikácia súradnicových osí a mierok a pod. Ďalšia časť obsahuje interpolačné procedúry a procedúry, ktoré špecifikujú geometrické zobrazenia [8]. Display má okrem toho niektoré ďalšie a často aj odlišné procedúry a špecifikácie [9].

Osobitnú kapitolu tvoria procedúry na výpočet súradníc a kresbu priemetov útvarov — [3], [10], [13] a i. Poznamenajme, že tvorbu takýchto procedúr veľmi ovplyvňujú (okrem požiadaviek používateľov) také činitele, ako je požiadavka štruktúry či flexibility programu [11], [12], požiadavka na úsporu strojového času, operačnej pamäti počítača a i. Preto treba, aby aj univerzálne podprogramy sa dali podľa potreby meniť alebo z nich vyberať iba vhodné segmenty procedúr.

Ukážkou bude projekčný algoritmus na výpočet súradníc  $X_{PA}$ ,  $Y_{PA}$  bodov kresby z ich súradníc  $x_A$ ,  $y_A$ ,  $z_A$  v priestore v ľubovoľnom type rovnobežného a stredového premietania.

Zavedme v rovine  $\varrho$  kresliaceho poľa pravouhlú súradnicovú sústavu  $OXY$  so začiatkom v bode  $O$ . Okrem nej nech je definovaná pravouhlá sústava  $Oxyz$  s tým istým začiatkom, pričom základnou polohou sústavy  $Oxyz$  budeme nazývať tú polohu, v ktorej  $X = x$  a  $Y = z$  (obr. 2). Ľubovoľnú polohu sústavy  $Oxyz$  (pri invariantnom  $O$ ) vzhľadom na pevnú sústavu  $OXY$  možno dostať zložením dvoch rotácií sústavy  $Oxyz$ , a to rotácie okolo osi  $Y$  o uhol  $\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ , a rotácie okolo



Obr. 2

osi  $X$  o uhol  $\psi$ ,  $0 \leq \psi \leq 2\pi$ . Dôležité je všimnúť si, že ak urobíme práve tieto dve rotácie sústavy  $Oxyz$  zo základnej polohy a za sebou v poradí ako uvádzame vyššie, bude os  $z$  vždy ležať v rovine, ktorá prechádza osou  $Y$  kolmo na rovinu kresby. V tomto zmysle budeme s danými rotáciami narábať. Je to zámer, ktorého zdôvodnenie je v jednoduchosti výpočtu a vo zvyku používať os  $z$  „zvislo“ (teda v smere osi  $Y$  kresliaceho poľa).

Aplikujme na sústavu  $Oxyz$  najskôr prvú rotáciu okolo osi  $Y$  o uhol  $\varphi$ . Súradnica z ľubovoľného bodu  $A = [x_A, y_A, z_A]$  sa touto rotáciou nezmení. Ďalšie dve s označením  $s_{A1}, y_{A1}$  budú mať zrejme tvar

$$x_{A1} = x_A \cos\varphi - y_A \sin\varphi$$

$$y_{A1} = y_A \sin\varphi + x_A \cos\varphi$$

[pozri napr. [14)].

Ak na sústavu  $Oxyz$  v tejto polohe budeme aplikovať rotáciu okolo osi  $X$  o uhol  $\psi$ ,  $x$ -ová súradnica sa nezmení. Teda po zložení obidvoch rotácií súradnice bodu  $A$  budú:

$$x_{A1} = x_A \cos\varphi - y_A \sin\varphi$$

$$y_{A2} = y_{A1} \cos\psi - z_A \sin\psi \quad (1)$$

$$z_{A2} = y_{A1} \sin\psi + z_A \cos\psi$$

Z rovníc (1) okamžite vyplývajú súradnice  $X_{KA}, Y_{KA}$  kolmého priemetu bodu  $A$  do priemetne v sústave  $OXY$ . Sú to:

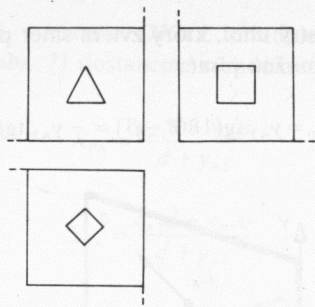
$$X_{KA} = x_{A1}$$

$$Y_{KA} = z_{A2} \quad (2)$$

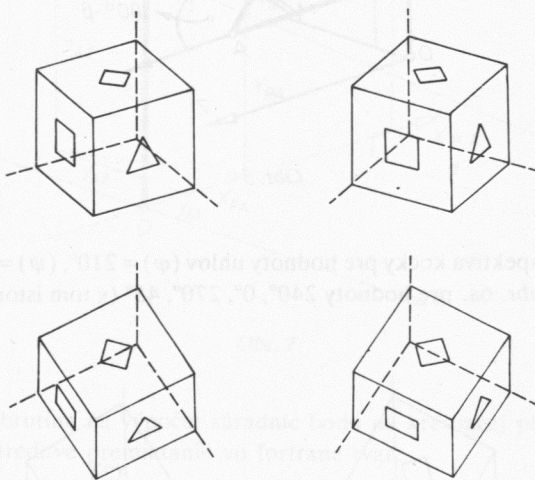
Špecifikáciu uhlov  $\varphi$  a  $\psi$  dostaneme napr. Mongeovu projekciu: ak sú ich hodnoty  $(\varphi) = 180^\circ$ ,  $(\psi) = 0^\circ$ , ide o nárys; pre pôdorys sú hodnoty uhlov  $(\varphi) = 180^\circ$ ,  $(\psi) = 90^\circ$  a pre bokorys  $(\varphi) = 270^\circ$ ,  $(\psi) = 0^\circ$ . Na obr. 3 je Mongeova projekcia kocky (s rozlišovacími znakmi vo viditeľných stenách).

Na obr. 4 je ukážka štyroch priemetov tejto kocky v ortogonálnej axonometrii pre hodnoty  $(\varphi) = 210^\circ$ , príp.  $240^\circ$  a  $(\varphi) = 30^\circ$ , resp.  $60^\circ$ . Obrazy sú kópiou kresieb, ktoré sme vyhotovili na stroji Calkcomp vo VVS (program OSN) Bratislava.

Nech  $a_A$  je kolmý priemet bodu  $A$  po vykonaní obidvoch rotácií do roviny nákresne  $\varrho$  (súradnice bodu  $A$  sú  $x_{A1}, y_{A2}, z_{A2}$ ). Doplňme sústavu  $OXY$  a os  $Z$



Obr. 3



Obr. 4

(pozri obr. 2) na pravouhlú sústavu  $OXYZ$ . Šikmý priemet  $L_A$  bodu  $A$  do roviny  $q$  možno vyjadriť hodnotami jeho súradníc  $X_{LA}$ ,  $Y_{LA}$ , teda

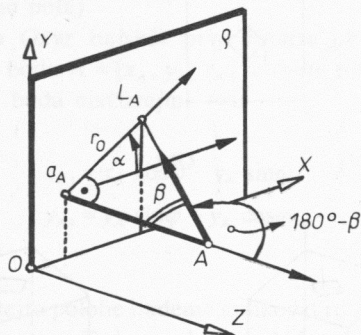
$$X_{LA} = r_0 \cos \alpha + X_{KA}$$

$$Y_{LA} = r_0 \sin \alpha + Y_{KA}$$

pričom  $r_0$  je hodnota, ktorá patrí orientovanej úsečke  $a_A L_A$  a  $\alpha$  je označenie pre uhol tejto úsečky s kladným smerom osi  $x$ .

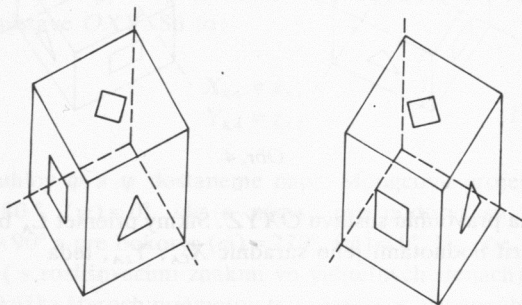
Ak  $\beta(0 \leq \beta < \pi/2)$  je ostrý uhol, ktorý zvierá smer premietania s kolmicou na rovinu  $\varrho$  (pozri obr. 5), možno písať:

$$r_0 = y_{A2} \operatorname{tg}(180^\circ - \beta) = -y_{A2} \operatorname{tg}\beta$$



Obr. 5

Vojenská perspektíva kocky pre hodnoty uhlov  $(\varphi) = 210^\circ$ ,  $(\psi) = 0^\circ$ ,  $(\alpha) = 270^\circ$ ,  $(\beta) = 45^\circ$  je na obr. 6a, pre hodnoty  $240^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $45^\circ$  (v tom istom poradí) je na obr. 6b.



Obr. 6

Podobným postupom možno vytvoriť algoritmus na výpočet súradníc  $X_{PA}$ ,  $Y_{PA}$  v stredovom premietaní.

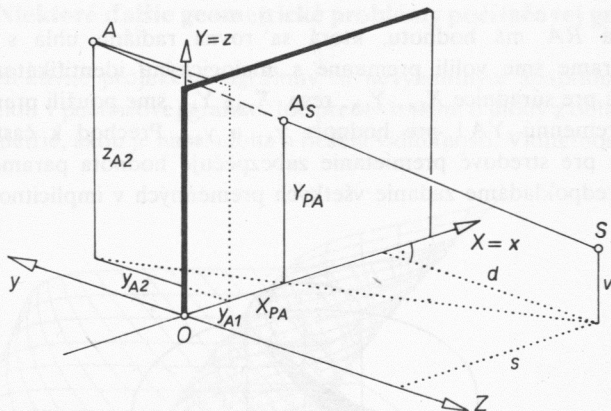
Nech sú  $x_{A1}$ ,  $y_{A2}$ ,  $z_{A2}$  súradnice bodu A po vykonaní oboch rotácií (pozri(1)).



Nech stred  $S(S \neq A)$  má v sústave  $OXYZ$  súradnice  $s, v, d$ . Jednoduchým výpočtom (porovnaj na obr. 7) dostaneme súradnice stredového priemetu:

$$X_{PA} = \frac{x_{A1}d + y_{A2}s}{d + y_{A2}}$$

$$Y_{PA} = \frac{z_{A2}d + y_{A2}v}{d + y_{A2}}$$



Obr. 7

Potom má subrutina na výpočet súradníc bodu na kresliacej ploche spolu pre rovnobežné a stredové premietanie vo fortrane tvar:

SUBROUTINE PAMPZ (XA, YA, ZA, XPA, YPA, F, PS, ALF, BET, SIR, VYS, DIS)

RA = 0.017453

FI = RA \* F

PSI = RA \* PS

XPA = 0.

YPA = 0.

XPA = XA \* COS(FI) - YA \* SIN(FI)

YA1 = XA \* SIN(FI) + YA \* COS(FI)

YPA = YA1 \* SIN(PSI) + ZA \* COS(PSI)

IF(BET.NE.0)GO TO 10

RETURN

10 YA1 = YA1 \* COS(PSI) - ZA \* SIN(PSI)

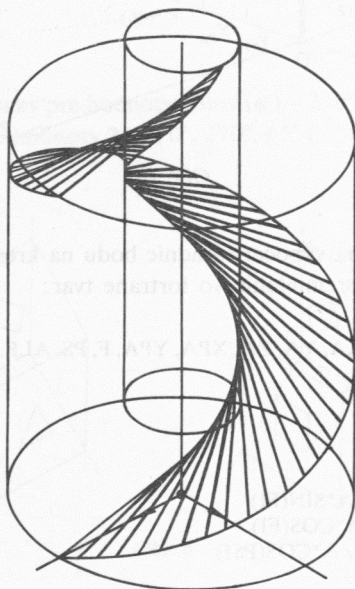
IF(BET.EQ.90)GO TO 11

```

ALFA = RA * ALF
BETA = RA * BET
RO = -YA1 * (SIN(BETA)) / COS(BETA)
XAP = RO * COS(ALFA) + XPA
YPA = RO * SIN(ALFA) + YPA
RETURN
11 DYA = DIS + YA1
XPA = (XPA * DIS + YA1 * SIR) / DYA
YPA = (YPA * DIS + YA1 * VYS) / DYA
RETURN
END

```

Premenná  $RA$  má hodnotu, ktorá sa rovná radiánu uhla s mierou  $1^\circ$ . V podprograme sme volili premenné s analogickými identifikátormi ako pri výpočte, iba pre súradnice  $X_{LA}$ ,  $Y_{LA}$ , resp.  $X_{KA}$ ,  $Y_{KA}$  sme použili premenné  $XPA$  a  $YPA$ , premennú  $YA1$  pre hodnoty  $y_{A1}$  a  $y_{A2}$ . Prechod k časti programu s výpočtom pre stredové premietanie zabezpečuje hodnota parametra  $BET = 90 \dots$  Predpokladáme zadanie všetkých premenných v implicitnom tvare.

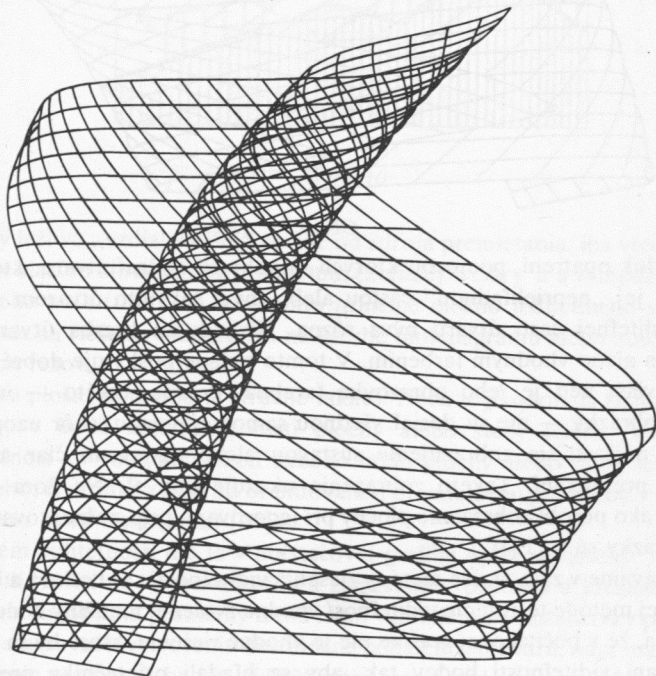


Obr. 8

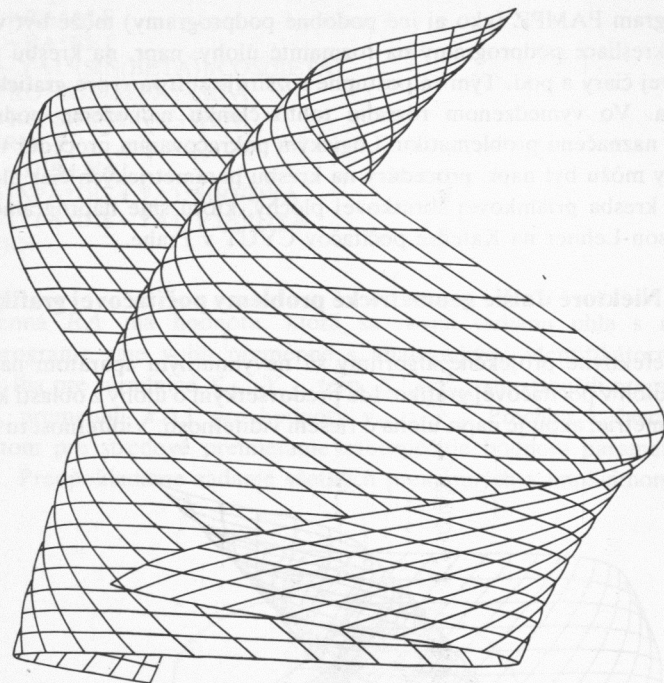
Podprogram PAMPZ (ako aj iné podobné podprogramy) môže byť východiskom pre kresliace podprogramy na rozmanité úlohy, napr. na kresbu priemetu priestorovej čiary a pod. Tým sa postupne rozširuje software pre grafický výstup z počítača. Vo vymedzenom rozsahu tohto článku nemôžeme podrobnejšie popisovať naznačenú problematiku. Logickým pokračovaním procedúr na zobrazenie čiary môžu byť napr. procedúry na kresbu parametrických čiar plochy. Na obr. 8 je kresba priamkovej skrutkovej plochy, ktorú sme naprogramovali pre stroj Benson-Lehner na Katedre počítačov ČVUT v Prahe.

## 5. Niektoré ďalšie geometrické problémy počítačovej grafiky

Dobre efektívne projekčné algoritmy sú nevyhnutným aparátom na riešenie mnohých úloh v počítačovej grafike. Ide predovšetkým o úlohy z oblasti konštruktívnej geometrie, akou je napr. úloha o riešení viditeľnosti. Viditeľnosť tu chápeme



Obr. 9



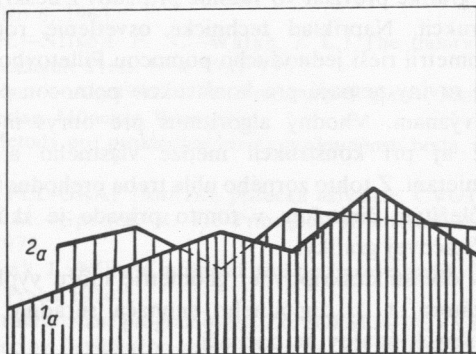
Obr. 9

ako výsledok opatrení, pomocou ktorých sa nakreslí tá časť útvaru, ktorá nie je „zakrytá“ jej „nepriehľadnou“ časťou alebo iným takýmto útvarom. Technika kresby viditeľnej časti útvaru býva rôzna. Niekedy sa kresba útvaru tieňuje šrafovaním alebo vhodným farbením. V tomto ohľade poskytuje dobré možnosti display, zvlášť keď je jeho obrazovka farebná. Pravda, takéto — ináč veľmi pôsobivé obrázky — nie sú dosiaľ všednou samozrejmosťou, skôr naopak.

Plochu najčastejšie zobrazujeme sústavou alebo sústavami čiar na nej vo vhodnom premietaní. Takéto zobrazenie ukazuje obr. 9. Na ňom si možno porovnať, ako pôsobí zobrazenie plochy pri ignorovaní, príp. rešpektovaní viditeľnosti (obrázky sú z [15]).

Rozoznávame v zásade dve metódy riešenia viditeľnosti: a) bodová a b) plošná. Pri bodovej metóde testujeme viditeľnosť vhodne zvolenej množiny bodov plochy. Ukázalo sa, že v počítačovej grafike nie je vhodné riešenie, ktoré by sa zakladalo na testovaní viditeľnosti bodov tak, aby sa hľadali priesečníky premietacích priamok celej sústavy bodov plochy s inou jej časťou (alebo s iným útvarom) a rozhodovalo by sa, či priesečníky ležia „pred“ alebo „za“ bodmi vzatými do

úvahy. Vážnou prekážkou tejto jednoduchej metódy býva obmedzený rozsah operačnej pamäti počítača a strojový čas (bližšie vysvetlenie pozri napr. v [15]). Existujú metódy, ktoré sú z hľadiska súčasného stavu počítačovej techniky oveľa efektívnejšie. Mnohé z nich zohľadňujú predovšetkým požiadavky používateľov. Napríklad podprogram [16] je založený na takejto myšlienke: Z priemetov dvoch čiar, ktoré ležia v rovinách navzájom rovnobežných, sa bude kresliť priemet čiary



Obr. 10

$2_a$ , ktorý leží vo „vzdialenejšej“ rovine od zdroja premietania, iba vtedy, ak nie je zakrytý oblasťou ohraničenou priemetom („bližšej“) čiarou  $1_a$  a vymedzenou časťou kresliaceho poľa (obr. 10). Na tomto princípe možno jednoducho vytvoriť napr. algoritmus na riešenie viditeľnosti na kresbe blokdigramu alebo autostrády z jej priečných rezov.

Jedna z plošných metód je stručne takáto. Nech  $n$  je normála (napr. vonkajšia normála) v bode konvexnej časti plochy alebo steny telesa. Viditeľnosť či neviditeľnosť vo vhodnom okolí daného bodu plochy alebo steny telesa určíme podľa toho, či normála zvierá s orientovanou premietacou priamkou v tomto bode tupý alebo ostrý uhol (pozri [17]).

Problém viditeľnosti nie je v počítačovej grafike úplne vyriešený. Ako sme už spomenuli, súvisí to s vybavenosťou a zameraním počítača a kresliaceho stroja. Ale nielen to. Mnohé problémy treba riešiť vzhľadom na požiadavky praxe. Úsilie by malo smerovať k vytvoreniu dostatočne bohatého softwaru, napr. na automatické kreslenie perspektív budov, sídlisk, interiérov a pod., pochopiteľne, s rešpektovaním viditeľnosti a s minimálnym riadením tejto činnosti človekom.

S otázkou viditeľnosti súvisí aj problém obrysu útvaru (plochy). Metódy

diferenciálnej geometrie možno využiť na tvorbu algoritmov aplikovaných na (číslícovom) počítači iba orientačne, prípadne dopĺňať tieto metódy o poznatky z teórie aproximácií. Úlohy treba riešiť diskretnými metódami. Treba pritom prihliadať aj na to, aby riešenia, pokiaľ možno, zahŕňali aj empirické prípady.

Podobným spôsobom by bolo možno chápať aj iné špecifické konštrukcie prevzaté z deskriptívnej geometrie. Spomeňme iba osvetlenie, konštrukciu anaglyfov, rekonštrukciu útvaru zo stereosnímkov a iné. Nie je vhodné pri riešení týchto úloh v počítačovej grafike prevziať vo väčšine prípadov z deskriptívnej geometrie aj metódy konštrukcií. Napríklad technické osvetlenie rotačných plôch sa v deskriptívnej geometrii rieši jednoducho pomocou Pilletovej zobrazenia. Priemety do Pilletovej roviny nemajú pre konštrukcie pomocou počítačovej grafiky prakticky žiadny význam. Vhodný algoritmus pre obrys možno bez väčších problémov použiť aj pri konštrukcii medze vlastného a vrhnutého tieňa v ľubovoľnom premietaní. Z tohto zorného uhla treba prehodnotiť aj iné konštrukcie a metódy. Dôležitým činiteľom v tomto prípade je skúsenosť a prehľad o možnostiach počítačovej grafiky.

Nové podnety v oblasti deskriptívnej geometrie môžu vyplynúť z funkčných vlastností digitalizátora, t. j. digitálneho snímača súradníc bodov v rovine, a spracovaní príslušných údajov na počítači.

Ďalšie (od týchto odlišné) úlohy patria do oblasti tvorby grafických jazykov. Ich štruktúra a sémantika je veľmi rozmanitá. Niektoré napr. definujú zápis množinových operácií špeciálne pre bodové útvary. Iného charakteru sú algoritmy na manipuláciu s konvexnými a nekonvexnými útvarmi (napr. na určenie minimálneho konvexného útvaru, ktorý obsahuje danú množinu bodov), pozri napr. [17], [18].

Na záver týchto poznámok by sme ešte raz chceli poznamenať, že cieľom príspevku bola iba informovanosť vo veľmi stručnej forme o počítačovej grafike čitateľa, ktorý sa s touto problematikou ešte systematicky nestretol. Chcel som tiež upozorniť, že problematika v tejto oblasti je rozsiahla a vôbec nie uzavretá. Tým sa tiež naskytujú možnosti pre ďalších záujemcov pracovať v tejto pre prax užitočnej oblasti. Stálo by za to čím skôr aj začať so systematickým vyučovaním tejto disciplíny pri súčasnom prehodnotení osnov látky z deskriptívnej, ale aj analytickej a diferenciálnej geometrie na stredných a vysokých školách. Tým viac, že mnohé v týchto vyučovacích predmetoch, smerom k teórii, ale aj smerom k praxi, zastaralo.

## Literatúra

- [1] Jinoch, J.—Maloušek, A.—Vencovský, J.: Počítač a fortran v technické praxi. SNTL, Praha 1973.
- [2] Jankovič, V.: Algol — fortran — cobol. ALFA, Bratislava 1972.
- [3] Johnson, T. E.: Sketchpad 3: a computer program for drawing in tree dimensions. AFIPS Conf. Proc., 23, Washington 1963.
- [4] Kliphardt, R. A.: DESCRIPTRAN — Automated Descriptive Geometry. Comm. ACM, Vol. 6, No 6, 1963.
- [5] Ahlberg, J. H.—Nilson, E. N.—Walsh, J. L.: The theory of spline and their applications. Academic Press, New York 1967.
- [6] Späth, H.: Spline — Algorithmen zur Konstruktion glatter Kurven und Flächen. R. Oldenbourg Verlag, München Wien 1973.
- [7] Granát, L.: Metody pro prokládání křivek posloupnosti bodů. Aktuality výpoč. tech. VÚMS, 4, 1973.
- [8] Koniček, O.: FEL-GRAF (fortran), příručka uživatele. ČVUT, Praha 1973.
- [9] Newman, W. M.—Sproul, R. F.: Principles of interactive computer graphics. McGraw-Hill 1973.
- [10] Drs, L. — Novák, J.: Některé možnosti užití počítačové grafiky v geometrii. Sb. Poč. Graf., ČSVTS, Praha 1974
- [11] Hořejší, J.: Strukturované programování. Zb. SOFSEM'74, VVS, Bratislava 1974.
- [12] Mráz, A.: Princípy flexibilného programovania. Zb. SOFSEM'74 VVS, Bratislava 1974.
- [13] Tănăsescu, A.—Sava, I.: Utilizarea calculatoarelor electronice în arhitectura si perspectiva arhitecturala. Ed. didactică și pedagogică, Bucuresti 1972.
- [14] Modemov, P. S.—Parchomenko, A. S.: Geometričeskije preobrazeniya, Izd. mosk. univ., Moskva 1961.
- [15] Tschernoster, E.—Vogel, J.: Řešení problému viditelnosti při zobrazování trojrozměrných objektů. Sb. Poč. graf., Praha 1974.
- [16] Williamson, H.: Algorithm 420 Hidden — line plotting program. Tracor Computing corp., Austin 1971.
- [17] Graphic Languages. Edited by F. Nake, A. Rosenfeld, North-Holland Publ. Comp., Amsterdam London 1972.
- [18] Todoroj, D. N. a kol.: Vchodnoj jazyk sistemy obrabotky grafičeskoj informacii. Prikl. matem. i progr. Kišinev 1972.