

Beloslav Riečan

O PRAVDEPODOBNOСТИ A MIERE

ALFA, vydavateľstvo technickej a ekonomickej literatúry, Bratislava 1972,

157 strán, Kčs 11.—

Rýchly rozvoj teórie pravdepodobnosti a matematickej štatistiky a hlavne rozšírenie aplikácií teoreticko-pravdepodobnostných a matematicko-štatistických metód v rozličných oblastiach vedy a techniky vyvolávajú nutnosť zväčšiť množstvo vydávanej literatúry z týchto matematických disciplín. Žiaľ, v slovenčine nebolo doteraz žiadnej knihy venovanej modernej teórii pravdepodobnosti a matematickej štatistike. Základom modernej teórie pravdepodobnosti — a na nej budovanej matematickej štatistiky — je teória miery a integrálu. Úspešným úvodom do týchto oblastí je recenzovaná kniha B. Riečana.

Recenzovaná kniha sa člení na predslov a sedem kapitol. Kapitola I je venovaná elementárnej teórii pravdepodobnosti. Základom úvah je tu konečný priestor elementárnych udalostí. V tomto rámci sa zavádza pojem udalosti, aditívnej funkcie, miery, pravdepodobnosti, ďalej pojmy závislosti a nezávislosti. Ako príklad sa uvádzajú Bernoulliho schémy. Hovorí sa tu tiež o náhodnej premennej, jej strednej hodnote a distribučnej funkcii. Tieto úvahy sú základom pre všeobecnejšie úvahy v tom zmysle, že umožňujú vytvoriť si predstavu o tom, ako sa vo všeobecnosti buduje teória miery, integrálu a teória pravdepodobnosti. Toto sa uskutočňuje v nasledujúcich kapitolách.

V kapitole II sa zavádza pojem miery a pravdepodobnosti na okruhu podmnožín nejakej všeobecnej množiny. Osobitne sa preberá dôležitý príklad Lebesguovej miery. O merateľných funkciách a operáciách s nimi, ako aj o náhodných premenných, sa hovorí v kapitole III.

Kapitola IV je najobsiahlejšia. Buduje sa tu teória abstraktného integrálu a pomocou neho abstraktná stredná hodnota. Integrál sa definuje najprv pre jednoduché merateľné funkcie, potom pre nezáporné merateľné funkcie a nakoniec pre ľubovoľné merateľné funkcie. Dokazuje sa dôležitá veta o monotónnej konvergencii a ďalšie vety o integrovateľných funkciách. Je na mieste pripomenúť, že pri úvahách o integráli sa predpokladá, že miera je definovaná na okruhu. Až keď je vybudovaný abstraktný integrál, ukazuje sa, ako sa z miery definovanej na okruhu môže získať miera, definovaná na sigma okruhu nad daným okruhom. Zavádzajú a vyšetrujú sa tiež takzvané nulové množiny. I v tejto kapitole sa venuje zvláštna pozornosť Lebesguovej miere a Lebesguovmu integrálu. Je tu dokázaná dôležitá vlastnosť Lebesguovej miery, zvaná regulárnosť, ktorá hovorí, že každá borelovská množina sa dá znútra aproximovať uzavretými množinami a zvonku otvorenými množinami. V tejto kapitole sa skúma tiež priestor všetkých integrovateľných funkcií a ukazuje sa, že je úplný.

V kapitole V sa hlbšie skúma pojem distribučnej funkcie náhodnej premennej, používaný už v kapitole I. Zavádza sa tiež Lebesguova—Stieltjesova miera a odvodzuje sa priradenie medzi distribučnými funkciami a Lebesguovými—Stieltjesovými

mierami. Potom sa zavádza Lebesguov—Stieltjesov integrál a pomocou neho sa definujú momenty náhodných premenných.

Kapitola VI hovorí o strednej hodnote súčinu nezávislých náhodných premenných a uvádza čitateľa do problematiky zákonov veľkých čísel.

V záverečnej kapitole VII sa najprv preberajú dvojné integrály v rovine. Potom sa pomocou dvoch mier na príslušných sigma okruhoch zavádza vhodná miera na súčine tých sigma okruhov, to jest definuje sa súčin mier. To umožňuje dokázať dôležitú vetu Fubiniho o integráli podľa súčinu mier. Ukazuje sa tiež, ako možno výsledky týkajúce sa súčinu mier aplikovať v teórii pravdepodobnosti, a to v súvislosti s náhodnými vektormi. Nakoniec sa preberá všeobecná Bernoulliho schéma.

Po stránke metodologickej i odbornej je materiál knihy spracovaný na vysokej úrovni. Za primerané predbežné matematické vzdelanie, umožňujúce úspešné štúdium knihy, treba považovať približne také vzdelanie, aké sa dosiahne v prvých rokoch štúdia matematiky na univerzite alebo na technike.

Vydanie práce B. Riečana treba uvítať. Isteže, text knihy možno na niektorých miestach vylepšiť, čo možno urobiť pri ďalšom vydaní, ktorého sa zaiste tejto sympatickej knižke dostane. Tým bude možné odstrániť i pomerne veľké množstvo tlačových chýb, ktoré pôsobia dosť rušivo pri čítaní. Treba tiež vysloviť nádej, že pri ďalšom vydaní bude kniha vybavená takou dôležitou vecou ako je vecný register.

Miloslav Duchoň, Bratislava

B. Klotzek

GEOMETRIE

VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1971, 318 str., 322 obr.

Kniha je písaná ako návod pre učiteľa gymnázia ako (najmä pokiaľ ide o náplň) vyučovať geometriu. Autor rešpektuje moderné prvky vo vyučovaní matematiky a vybudoval ucelený systém, ktorý je, podľa jeho názoru, vhodný pre žiakov gymnázií. Aj keď autor na niektorých miestach uvádza motiváciu postupu pri výklade, predsa nemožno považovať knihu za vhodnú priamo pre žiakov, pretože neobsahuje prakticky žiadne príklady a je v nej málo úloh na cvičenie. Inak je však kniha písaná prístupným štýlom i napriek tomu, že zachováva precíznosť výkladu.

Kniha sa člení na 10 kapitol: 1. Incidencia, usporiadanie, pohyb (tu sú uvedené axiómy, základné pojmy a ich najjednoduchšie vlastnosti); 2. Dĺžky, veľkosti uhlov (porovnávajú sa úsečky a uhly vzhľadom na pohyb, vzťahy medzi stranami a uhlami v trojuholníku); 3. Konštrukcie v rovine (definuje sa kružnica jej vlastností a popisujú sa pomôcky na konštrukcie a samotné základné konštrukcie, najmä trojuholníka); 4. Geometria pohybov v rovine (pomocou symetrií sa popisuje grupa pohybov v rovine); 5. Uhol otočenia a vektor posunutia (ide o výklad vlastností orientovaných uhlov a vektorov); 6. Geometria v priestore a základy deskriptívnej geometrie (základné vlastnosti priestoru a jeho zobrazenia v rovnobežnom premietaní); 7. Vektorové priestory (vzťahy medzi reálnymi číslami a vektormi v rovine a v priestore); 8. Obsahy (pomerne vydarený pokus o zavedenie miery útvarov); 9. Podobnosť, funkcie uhla a úvod do analytickej geometrie; 10. Iné systémy axióm v geometrii (úvahy o nezávislosti axióm a o lobachevského geometrii).

Knihu odporúčam pre profesorov gymnázií vzhľadom na to, že predstavuje jednu z mála prístupných publikácií, v ktorej je spracovaná látka z geometrie pre gymnáziá.

Václav Medek, Bratislava