

ÚLOHY A PROBLÉMY

Rubriku vedie Štefan Znám, 816 31 Bratislava, Mlynská dolina, Matematický pavilón. Riešenia úloh uvedených v tomto zväzku pošlite na adresu vedúceho rubriky do 30. IX. 1973.

B.9. Nech x_1, \dots, x_k sú kladné čísla a nech $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ sú celé kladné čísla. Dokážte nerovnosti:

$$\min_{i=1, \dots, k} \left\{ \sqrt[\alpha_i]{x_i} \right\} \leq \frac{\alpha_1 + \dots + \alpha_k}{\sqrt[\alpha_1 + \dots + \alpha_k]{x_1 \dots x_k}} \leq \max_{i=1, \dots, k} \left\{ \sqrt[\alpha_i]{x_i} \right\}$$

P. Kostyrko

B.10. Nech $n = a_t \dots a_0$ je dekadické vyjadrenie prirodzeného čísla n (t. j. $n = a_t \cdot 10^t + \dots + a_0$ pričom a_i sú celé čísla a platí $a_r \neq 0, 0 \leq \leq a_i \leq 9$). Nech $f_0(n) = n$ a pre $m > 0$ $f_m(n) = f[f_{m-1}(n)]$, kde $f(n) = = a_r + \dots + a_0$. Dokážte, že postupnosť $\{f_m(n)\}_{m=0}^{\infty}$ je počnúc istým členom stacionárna pre každé prirodzené n .

P. Kostyrko

B.11. Dokážte, že existuje prirodzené číslo n také, že číslo $n!$ začína (v dekadickom zápise) skupinou cifier 12345678978564321.

I. Korec

B.12. Určte (bez použitia samočinných počítačov) s presnosťou na 13 desatinných miest súčet

$$\sum_{i=10^4}^{2 \cdot 10^4} \frac{1}{i}$$

I. Korec

B.13. Nájdite všetky trojice celých čísel x_1, x_2, x_3 , pre ktoré platí

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_1 x_2 x_3} = 1.$$

Š. Znám

B 14. Ak pre prirodzené čísla x_1, \dots, x_n je číslo

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} + \prod_{i=1}^n \frac{1}{x_i}$$

celé tak čísla x_1, \dots, x_n sú po dvoch nesúdeliteľné.

Š. Známe

Správne riešenie úloh z 2. čísla Matematických obzorov nám poslali:

RNDr. P. Bartoš, Bratislava, Sibírska 9 : B.1., B.2., B.6.

P. Bero, Bratislava, VIEŠ A-1406 : B.2.

RNDr. M. Franek, Prievidza 1519 A-1 : B.1., B.2., B.3 , B.5., B.6., B.7., B.8.

A. Hnáth, Michalovce, Gymnázium, Gottwaldova 1 : B.1.

S. Slovák, Trnava, Prednádražie E-3 : B.1., B.2., B.6., B.7.

P. Valent, ZDŠ Žembovce, okr. Levice : B.1.

Niektoré riešenie uverejníme v nasledujúcom čísle.