

I. M. Gelfand — E. G. Glagoleva — A. A. Kirilov

## METOD KOORDINAT

Izdatelstvo Nauka, Moskva 1971. 88 strán

Vyšla knižička, ktorá iste poteší nielen tých, ktorým je určená — žiakov ZDŠ, ale aj ich sprievodcov v matematike — učiteľov ZDŠ. No iste bude zaujímavá aj pre tých, ktorým je matematika koníčkom. Na knižke je najcenejšia metóda. Je písaná veľmi pútavou formou a učí orientovať sa v záplave látky, vybrať si podstatné a na základe analógií samostatne objavovať nové poznatky. V knihe sú na niektorých miestach určité nepresnosti. Presnejšie povedané niektoré formulácie nevystihujú striktné autorov úmysel. Domnievame sa však, že práve mladým čitateľom tieto „nedostatky“, nebudú prekážať a pochopia ich tak, ako to mal autor v úmysle. Knihu možno vrele odporučiť nielen tým žiakom, ktorí už majú určitý záujem o matematiku, ale mohla by zaujať aj tých, ktorí cítia k matematike určité antipatie.

Knižka je rozdelená na dve časti, ktoré obsahujú po troch paragrafoch.

V prvej časti sa zavádzajú základné pojmy pre analytické určenie bodu na priamke, v rovine a v priestore. Skúmajú sa jednoduché geometrické miesta bodov a na jednoduchých príkladoch sa ilustruje prevádzanie geometrických úloh na algebrické a naopak. Nové pojmy sa zavádzajú veľmi zaujímavým spôsobom — vychádzajú z ich praktického použitia. Napríklad určenie bodu v rovine pomocou polárnej sústavy súradníc vychádza z príkladu, ktorým v lese zablúdivšiemu objasníme cestu, keď mu povieme: „Od obhorenej sosny (pól) zaboďte na východ (smer), prejdite dva kilometre (vzdialenosť) a ste pri hájovni (bod).“

Druhá časť poukazuje na úzku súvislosť medzi algebrou a geometriou, t. j. na analytickú interpretáciu geometrických pojmov, čiže preloženia geometrických útvarov a vzťahov do jazyka čísel. Veľmi prirodzeným spôsobom, vychádzajú z riešenia nerovnice pre dve a tri neznáme, interpretujú úlohu geometricky, nastoľuje otázku zavedenia štvorrozmerného priestoru v súvislosti s riešením nerovnice so štyrmi neznámymi. Do tajov štvorrozmerného priestoru zasväčuje čitateľa opäť príkladom: „Narysujte v rovine kruh a predstavte si, že ste domnelou bytosťou dvojrozmerného sveta, ktorá sa môže pohybovať po rovine, no nemá možnosť vychádzať do priestoru. Potom hranica kruhu — kružnica — bude pre vás neprekonateľnou prekážkou — nebudete môcť vyjsť z kruhu. Teraz si predstavte, že táto rovina s narysovaným kruhom sa nachádza v trojrozmernom priestore, a vy ste sa dovŕpili, že existuje tretí rozmer. Teraz už konečne a bez ťažkostí môžete vyjsť za hranice kruhu, napr. tak, že kružnicu jednoducho prekróčíte. Teraz si predstavte, že ste bytosťou trojrozmerného sveta a že sa nachádzate vnútri gule, ktorej hranica — guľová plocha — je pre vás nepreniknuteľná. Potom nebudete môcť vyjsť za hranice tejto gule. Ak sa však táto guľa nachádza v štvorrozmernom priestore a vy ste sa dozvedeli o existencii štvrtého rozmeru, potom bez akýchkoľvek ťažkostí môžete vyjsť za hranice gule.“

Aj ďalšie zvláštnosti štvorrozmerného sveta, ktoré opisuje spisovateľ—fantasta H. Wells v jednej zo svojich poviedok, vysvetľuje autor veľmi prirodzeným spôsobom na základe analógií s dvojrozmerným a trojrozmerným priestorom. Ďalej sa v knižke poukazuje na užitočnosť štvorrozmernej geometrie pre súčasnú fyziku, zavádza sa presnejšie štvorrozmerný priestor, definuje sa štvorrozmerná kocka a guľová plocha a napokon sa skúma štruktúra takejto kocky.

Každý odsek obsahuje jednak hodne vyriešených príkladov, jednak hodne metodicky usporiadaných cvičení, na ktorých si čitateľ môže dobre kontrolovať pochopenie

prebranej látky. Na jej čítanie a pochopenie nie sú potrebné žiadne špeciálne vedomosti presahujúce rámec učebných osnov ZDŠ.

Stálo by za úvahu, či aj u nás by sa nemohli najznámejší matematici venovať písaniu populárno-vedeckých kníh pre tých najmenších, tak ako to urobili autori tejto knihy — významní sovietski matematici. Cenné je u nich to, že sa dokázali povzniesť nad úzkostlivú presnosť v záujme toho, aby sa dosiahla príťažlivosť a zrozumiteľnosť textu.

*Viera Zatková, Bratislava*

**S. Lipschutz**

## THEORY AND PROBLEMS OF PROBABILITY

Mc Graw-Hill Book Company (Shaum's Outline Series),  
New York, St. Louis, San Francisco, Sydney, 1968, 153 strán.

Kniha je moderne poňatým úvodom do elementárnej teórie pravdepodobnosti s množstvom riešených príkladov i príkladov určených na cvičenie. Je rozdelená do siedmich kapitol. Začína kapitolou o množinách a operáciách s množinami. Druhá kapitola je venovaná permutáciám, kombináciám a ďalším otázkam kombinatoriky. Po týchto úvodných kapitolách pomocného charakteru nasleduje kapitola venovaná zavedeniu pojmu pravdepodobnosť náhodnej udalosti. Pravdepodobnosť sa zavádza axiomaticky. Uvažuje sa zvlášť najprv konečný pravdepodobnostný priestor, a potom nekonečný priestor. Ďalšia kapitola sa zaoberá podmienenou pravdepodobnosťou a nezávislosťou náhodných udalostí a nezávislosťou pokusov. Najobsiahlejšia piata kapitola je venovaná dôležitému pojmu náhodná premenná. Definuje sa rozdelenie pravdepodobnosti, stredná hodnota a disperzia najprv pre náhodnú premennú diskretného, a potom spojitého typu. Čitateľ, ktorý nie je oboznámený s pojmom integrálu, môže sa obmedziť na náhodné premenné diskretného typu. Kapitola končí dôkazom Čebyševovej nerovnosti a zákona veľkých čísel. Zvláštna kapitola je venovaná binomickému, normálnemu a Poissonovmu rozdeleniu. Posledná siedma kapitola obsahuje stručný výklad základov teórie konečných Markovových reťazcov.

Každá kapitola začína stručným teoretickým úvodom, ktorý obsahuje presné formulácie zavádzaných pojmov a viet s motivujúcimi a ilustratívnymi príkladmi. Táto teoretická časť zaberá v priemere len asi jednu tretinu každej kapitoly. Zvyšok priestoru je venovaný príkladom, ktorých je v knihe spolu 512, z toho 295 úplne rozriešených. Riešené príklady i príklady určené na cvičenie sú rôzneho stupňa obťažnosti. Sú volené tak, že v úvode vyloženú teóriu nielen ilustrujú, ale aj postupne dopĺňujú a rozširujú. Preštudovanie riešených príkladov a riešenie dopĺňujúcich príkladov umožní čitateľovi pochopiť vyloženú teóriu a efektívne si osvojiť uvedené poznatky.

Pre pochopenie obsahu knihy postačuje — až na malé výnimky — znalosť stredoškolskej matematiky.

Prednosťou knihy je zrozumiteľnosť výkladu spojená s moderným poňatím a primeranou matematickou presnosťou a predovšetkým množstvo vhodne volených rozriešených i dopĺňujúcich príkladov. To ju robí použiteľnou a užitočnou pre značne široký okruh čitateľov.

*Ján Ivan, Bratislava*

## PROGRAMMIEREN IM SCHULUNTERRICHT

Bayerischer Schulbuch-Verlag, München 1973. 144 strán

Autor tejto rozsahom nevelkej knihy si postavil pred seba neľahkú úlohu: podať stredoškolskému učiteľovi a žiakovi učebný text, v ktorom by vyložil podstatu programovania na samočinných počítačoch a naučil všeobecnému používaniu blokových schém a algolu pri zápise algoritmu bežných školských úloh. Treba hneď na začiatku povedať, že sa to autorovi v plnej miere podarilo. Kniha je exemplárnou ukážkou, ako treba písať učebné texty náročnejšieho obsahu pre stredoškolské kádre alebo pre samoukov.

Kniha je rozdelená do ôsmich kapitol, v ktorých výkladom vlastnej problematiky sa zaoberá päť prvých kapitol. Naznačíme stručne obsah jednotlivých kapitol.

Prvá kapitola je filozofickým a didaktickým úvodom do problému vyučovania programovania na stredných školách. Okrem charakterizovania procesu vyučovania tohto predmetu sa tu prijateľným spôsobom vysvetľujú dnes často používané pojmy computer science a informatika ako moderné vedecké disciplíny vyvolané vznikom a rozvojom počítačovej techniky a jej aplikácií.

Druhá kapitola je venovaná pojmu algoritmus. Začína sa intuitívnym poňatím algoritmu, ktorý je charakterizovaný definícnymi vlastnosťami všeobecnosti, konečnosti a jednoznačnosti, uvádza sa príklad Euklidovho algoritmu. Ďalej sa pojem algoritmu postupne upresňuje a jeho vlastnosti sa interpretujú na konkrétnych príkladoch. V závere kapitoly je historický náčrt vývoja pojmu algoritmu, od Al-Hvarizmiho až po Gödela a Turinga.

Tretia kapitola je venovaná opisu programovania pomocou blokových schém. Sú tu uvedené a charakterizované dnes používané typy grafických symbolov jazyka blokových schém, spôsoby ich spájania do sústavy a opis ich vnútorného obsahu. Pritom sú všetky blokové schémy a ich časti ilustrované názornými príkladmi.

Štvrtá kapitola má za účel vylóžiť podstatu programovacích jazykov typu algol. Vychádza sa z grafickej schémy prenosu informácie informačným kanálom, ako aj schémy znázorňujúcej štruktúru počítačového systému a poukazuje sa na potrebu usporiadania jednotlivých krokov výpočtu danej úlohy do určitej časovej následnosti. Ďalej sa prejde k názornej úlohe o rozumnom usporiadaní elementárnych činností školského pomocníka (model Charly), v rámci ktorej sa z jednotlivých elementárnych krokov (príkazov) zostavuje určitá ucelená akcia (program), pričom sa pre príkazy zavádza mnemotechnické označenie. Potom sa podrobne a názorne popisuje konštrukcia takéhoto jazyka (MEMOS) pre hypotetický počítač. Definujú sa jednotlivé príkazy jazyka MEMOS, opisuje sa ich matematicko-formálny zápis a technická reprezentácia. Uvádza sa korešpondencia medzi strojovým a mnemotechnickým kódom a sémantickým obsahom príslušného príkazu. V ďalšej časti tejto kapitoly sa uvádza prehľad najznámejších programovacích jazykov klasifikovaných z hľadiska strojovej a problémovej orientácie a osvetľuje sa pojem prekladacieho programu.

Piata kapitola sa začína podrobným opisom jednotlivých syntaktických jednotiek algolu potrebných pre programovanie jednoduchých úloh bez podmienok, cyklov a podprogramov. Výklad syntaxe je súčasne sprevádzaný opisom sémantiky vkladných pojmov a ich použitie v exemplárnych ukázkach spolu s korešpondenciou s ich zápsami v blokových schémach.

Ďalej nasleduje definovanie a opis podmienok a podmienených príkazov algolu a ich vyjadrenie blokovými schémami. Po zavedení podmienených príkazov už možno prejsť na príkazy skoku v programe a príkazy jednoduchých cyklov a ich kombinácie s pre-

došlými príkazmi. Všetky tieto príkazy sú ilustrované viacerými rozmanitými príkladmi zapísanými jednak v algole a jednak v blokových schémach.

Napokon sa vysvetľujú a vhodnými príkladmi ilustrujú pojmy bloku a lokalizácie premenných, opisuje sa zostavovanie booleovských výrazov, zápis a účel polí, potom syntax cyklov typu for-until s daným počtom krokov a konečne popis procedúr, najprv funkčných, a potom vlastných, pričom sa vysvetľujú pojmy formálnych a skutočných parametrov, ich substitúcia, volanie procedúry a pod. Na ilustráciu sú použité vhodné príklady, pričom sa používa dokonca trojfarebný zápis na zvýšenie odlišnosti príkazov patriacich do rôznych blokov.

Procedúrami sa výklad algolu končí. Treba ešte poznamenať, že v každej z týchto piatich kapitol je uvedený celý rad neriešených úloh pre domáce cvičenia.

Šiesta kapitola je súborom riešení týchto úloh z jednotlivých kapitol, pričom algoritmy sú zapísané v blokovej schéme a k nej príslušnom algolskom programe.

Siedma kapitola je vlastne tabuľkou niektorých závažnejších typov úloh s korešpondenciou ich výskytu v príslušných kapitolách a tvarom zápisu ich algoritmu (blokova schéma — algol a pod.).

Posledná kapitola je zoznamom vhodnej učebnicovej literatúry z oblastí programovania, programovacích jazykov a informatiky.

*Jozef Šajda, Bratislava*